

УДК 624.071.22:531.011

DOI: 10.46548/21vek-2020-0950-0022

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ РАБОТЫ ГИБКОЙ НИТИ

© 2020

Тарасов Денис Александрович, кандидат технических наук,
доцент кафедры «Автоматизированные системы безопасности»

Большаков Герман Сергеевич, кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры «Компьютерное проектирование технологического оборудования»

Пензенский государственный университет
(440026, Россия, Пенза, ул. Красная, 40, e-mails: den517375@ya.ru, geraman83@mail.ru)

Коновалов Владимир Викторович, доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры «Технология машиностроения»
Пензенский государственный технологический университет
(440039, Россия, Пенза, проезд Байдукова/ул. Гагарина, д. 1а/11, e-mail: kononov-penza@rambler.ru)

Ирышков Алексей Михайлович, магистрант кафедры
«Компьютерное проектирование технологического оборудования»
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, Пенза, ул. Красная, 40)

Аннотация. Предметом исследования настоящей работы является изучение напряженно-деформированного состояния гибкой нити под действием поперечной кратковременной динамической нагрузки при наличии конструктивной нелинейности, вызванной односторонними связями. Рассматривается задача об изменении расчетной схемы в процессе работы гибкой нити. Возникающее изменение вызвано смещением опор крепления от внешнего воздействия, в свою очередь приводящее к изменению параметров диаграммы работы внешних связей. Исследования проведены с помощью предложенного метода, основанного на теории математического моделирования с использованием аппарата дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, численных методах, а также, положениях сопротивления материалов. Проведена оценка степени влияния конструктивной нелинейности на напряженно-деформированное состояние гибкой нити. Выявлена значительная обусловленность возникающих напряжений и деформаций от типа модели внешних связей. Эффективность применения конкретного типа модели внешних связей, позволяющая получить максимальный эффект, связанный со снижением величины определен-ного параметра напряженно-деформированного состояния гибкой нити, зависит от диаграммы работы выбранной модели. Односторонние связи в отличие от шарнирно-неподвижных опор имеют более высокий уровень демпфирования, поэтому предлагается использовать их в качестве элементов по отбору и поглощению энергии.

Ключевые слова: напряжения, деформации, гибкая нить, конструктивная нелинейность, динамическая нагрузка.

ESTIMATION OF INFLUENCE OF CONSTRUCTIVE NONLINEARITY IN MODELING FLEXIBLE THREAD OPERATION

© 2020

Tarasov Denis Aleksandrovich, candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department of Automated Security Systems

Bolshakov German Sergeevich, candidate of technical sciences, associate professor,
associate professor of the chair "Computer-aided design of technological equipment"
Penza State University¹

(440026, Russia, Penza, Krasnaya St., 40, e-mails: den517375@ya.ru, geraman83@mail.ru)

Kononov Vladimir Viktorovich, doctor of Technical Sciences,
Professor, Professor of the Department "Engineering Technology"
Penza State Technological University²

(440039, Russia, Penza, Baidukova passage / Gagarina St., 1a / 11, e-mail: kononov-penza@rambler.ru)

Iryshkov Alexey Mikhailovich, undergraduate of the department
"Computer-aided design of technological equipment"
Penza State University

(440026, Russia, Penza, Krasnaya St., 40)

Annotation. The subject of this work is the study of the stress-strain state of a flexible thread under the action of a transverse short-term dynamic load in the presence of structural non-linearity caused by one-way connections. The problem of changing the design scheme during the operation of a flexible thread is considered. The resulting change is caused by the displacement of the mounting supports from external influence, which in turn leads to an adjustment of the parameters of the diagram of external links. The research was carried out using the proposed method based on

the theory of mathematical modeling using the apparatus of differential and integral calculus of functions of one and several variables, numerical methods, as well as the positions of the resistance of materials. The degree of influence of structural non-linearity on the stress-strain state of a flexible thread is estimated. A significant dependence of the resulting stresses and deformations on the type of external relations model is revealed. The effectiveness of applying a specific type of external link model, which allows you to get the maximum effect associated with reducing a certain parameter of the stress-strain state of a flexible thread, depends on the diagram of the selected model. One-way connections have a higher level of damping relative to fixed-joint supports, so it is proposed to use them as elements for energy selection and absorption.

Keywords: stress, strain, flexible thread, structural non-linearity, dynamic load.

Введение. Целью настоящей работы является разработка метода, учитывающего внезапное изменение расчетной схемы гибкой нити, подверженной воздействию поперечной кратковременной динамической нагрузки. Вместе с тем при помощи разработанного метода необходимо провести оценку влияния возникающего изменения на напряженно-деформированное состояние (НДС) исследуемой механической системы.

Учет изменения расчетной схемы в процессе деформирования имеет место в задачах конструктивной нелинейности. В ходе выполнения расчета таких задач меняется тип внешних связей [1, 2]. Конструктивная нелинейность характерна для механических систем, имеющих технологические зазоры. Так при моделировании поведения системы в процессе приложения нагрузки, чтобы внешняя связь включилась в работу, зазор должен быть предварительно выбран. Примером может служить конструкция, при достижении определенной величины перемещения некоторой ее точкой, возникает контакт этой точки с опорой. Характерным конструктивным решением, представленным на рисунке 1, является узел по организации пассивного зацепа штыря, расположенного на конце стрелы противотаранного шлагбаума, в горизонтальном пазе силовой опоры [3, 4, 5].

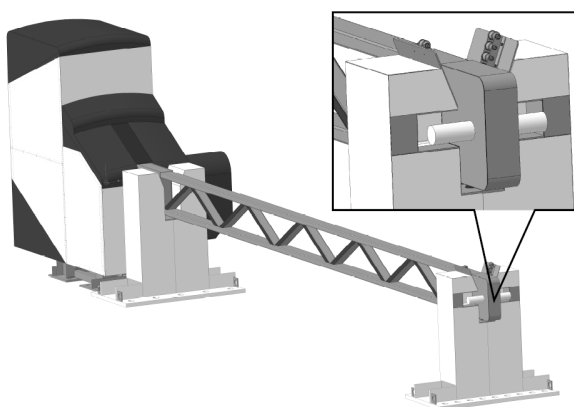


Рисунок 1 - Пример конструктивного решения односторонней связи с учетом выбора зазора

При попытке несанкционированного проезда транспортным средством, первой деформируется стрела барьера, совершая при этом кинематическое перемещение по выбору зазора до момента возникновения контакта штыря с горизонтальным пазом, расположенным на силовой опоре противотаранного

шлагбаума. После чего происходит полное разрушение верхнего и нижнего профилей стрелы барьера, при этом в работу по восприятию ударной нагрузки включаются стальные канаты, расположенные внутри них. Вместе с тем следует отметить, что для стальных канатов расчетной схемой является гибкая нить.

Материалы и методы исследования. Моделирование конструктивной нелинейности для рассматриваемых элементов, таких как гибкие нити, обеспечивается применением односторонних связей, работающих только на растяжение [6, 7].

Модель внешней связи характеризуется диаграммой работы, определяющей зависимость между горизонтальным смещением опоры u и усилием, необходимым для реализации данного смещения. В нашем случае таким усилием является распор H – горизонтальная составляющая тяжения гибкой нити. В свою очередь диаграмма работы задается в виде кусочно-линейной функции, так как с помощью нее можно аппроксимировать любую кривую.

Таблица 1 - Типы моделей внешних связей

Тип модели внешней связи	Условное обозначение	Диаграмма работы
Шарнирно-неподвижная опора.		
Односторонняя связь с учетом выбора зазора. Работает на растяжение после выбора зазора равного u_{max} .		
Односторонняя упругая связь. Работает на растяжение до «бесконечности» с жесткостью равной H/u .		
Односторонняя связь с учетом предельного усилия. Работает на растяжение до предельного усилия равного H_{max} .		

Из таблицы 1 видно, что в результате действия произвольной нагрузки на гибкую нить, изменение параметров модели внешней связи может быть скачкообразным, таким как для односторонних связей с

учетом выбора зазора или предельного усилия, либо непрерывным, как для односторонней упругой связи.

Представленные в таблице 1 модели внешних связей являются частным случаем более общего вида нелинейной функции смещения опоры $u(H)$ от внешнего воздействия. При этом данная функция должна максимально отражать диаграмму реальной опоры при различных стадиях работы несущей конструкции. Механическую характеристику следует задавать таким образом, чтобы единичное линейное

перемещение совершенное требуемым усилием было равно жесткости существующей опоры. Численные значения основных параметрических точек диаграммы работы внешней связи необходимо принимать на основании экспериментальных данных.

Рассмотрим в общем виде гибкую нить, расчетная схема которой представлена на рисунке 2, учитывающая смещение опор расположенных на разных уровнях, а также исходное равновесное состояние, вызванное действием собственного веса [8, 9]

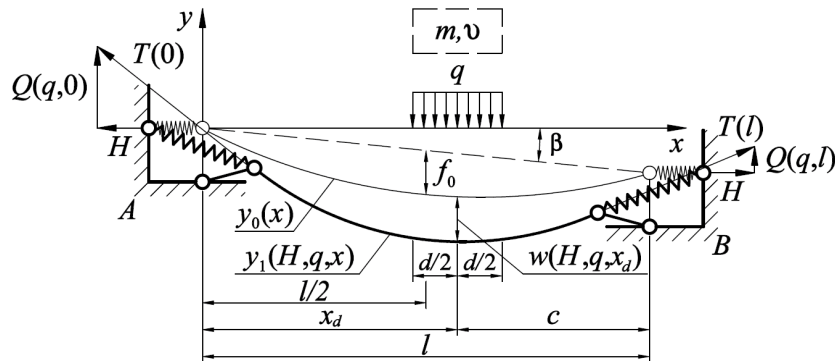


Рисунок 2 - Расчетная схема гибкой нити:

— начальное состояние линии равновесия;
— конечное состояние линии равновесия

Моделирование работы гибкой нити под действием поперечной кратковременной динамической нагрузки сводится к решению системы, полученной в работах [8, 11] и состоящей из уравнения принципа сохранения энергии и условия неразрывности деформаций:

$$\begin{cases} \Delta \left(\frac{m \cdot v^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \int_{x_d - \frac{d}{2}}^{x_d + \frac{d}{2}} w(H, q, x) dx \\ L_0 = \Delta L(H, q) = L_1(H, q) \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса ударяющего тела, кг; v – скорость ударяющего тела, м/с; q – поперечная кратковременная динамическая нагрузка, Н/м; x_d – абсцисса центра зоны контакта, м; d – ширина зоны контакта, м; $w(H, q, x)$ – функция прогиба, м; H – распор, Н; x – текущая абсцисса ($0 \leq x \leq l$), м; l – пролет, м; L_0 – начальная длина, м; $\Delta L(H, q)$ – упругая деформация, м; $L_1(H, q)$ – конечная длина, м.

Для нахождения неизвестных, входящих в параметры функций, запишем выражения по определению всех членов уравнений, составляющих систему (1).

Прогиб является функцией от абсциссы сечения гибкой нити и численно равен разности ординат конечной и начальной линии равновесия в рассматриваемом сечении:

$$w(H, q, x) = y_1(H, q, x) - y_0(x) \quad (2)$$

где $y_1(H, q, x)$ – ордината сечения конечной линии равновесия, вызванная действием поперечной кратковременной динамической нагрузки, м; $y_0(x)$ – ордината сечения начальной линии равновесия от собственного веса, м.

Функция конечной линии равновесия, вызванная действием поперечной кратковременной динамичес-

кой нагрузки, определяется по формуле:

$$y_1(H, q, x) = \frac{M(q, x)}{H} + x \cdot \tan \beta \quad (3)$$

где $M(q, x)$ – функция изгибающего момента в шарнирно опертой балке пролетом l от внешнего воздействия, Н*м; β – угол наклона хорды AB , соединяющей точки крепления, град.

Функция начальной линии равновесия, вызванная действием собственного веса, может быть аппроксимирована с достаточной степенью точности в виде параболы:

$$y_0(x) = \frac{4 \cdot f_0}{l^2} \cdot x^2 - \frac{4 \cdot f_0}{l} \cdot x - x \cdot \tan \beta \quad (4)$$

где f_0 – стрела провеса от действия собственного веса в середине пролета, м.

Внутренние усилия при изгибе в однопролетной шарнирно опертой балке определяются следующим образом [12, 16]:

$$\begin{aligned} Q(q, x) &= \frac{q \cdot d \cdot c}{l} \cdot (x \geq 0) - \\ &- q \cdot \left[x - \left(x_d - \frac{d}{2} \right) \right] \cdot \left(x > x_d - \frac{d}{2} \right) + \\ &+ q \cdot \left[x - \left(x_d + \frac{d}{2} \right) \right] \cdot \left(x > x_d + \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} M(q, x) &= \frac{q \cdot d \cdot c}{l} \cdot x \cdot (x \geq 0) - \\ &- q \cdot \frac{\left[x - \left(x_d - \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \cdot \left(x > x_d - \frac{d}{2} \right) + \\ &+ q \cdot \frac{\left[x - \left(x_d + \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \cdot \left(x > x_d + \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

где c – расстояние от центра зоны контакта до опоры В, м.

Длина дуги кривой между точками крепления равна первоначальной длине гибкой нити и вычисляется по формуле [17, 18]:

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y_0(x) \right)^2} dx \quad (7)$$

В работах [12, 14, 16] получено уравнение, по определению упругих деформаций, основанное на законе Гука:

$$\Delta L(H, q) = \frac{H}{E \cdot A} \cdot \int_0^l \left[1 + \left(\frac{Q(q, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2 \right] dx \quad (8)$$

где E – модуль упругости, Па; A – площадь поперечного сечения, м².

Конечная длина равна [12]:

$$L_1(H, q) = \int_0^{l-2 \cdot u(H)} \sqrt{1 + \left(\frac{Q(q, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2} dx \quad (9)$$

где $u(H)$ – функция смещения опор, м.

После того как определены все члены уравнений системы (1), появляется возможность решить ее одним из численных методов, например методом Левенберга-Марквардта.

Как только найдены искомые параметры функций, а именно распор H и поперечная кратковременная динамическая нагрузка q , несложно определить продольное усилие, возникающее в сечениях по длине гибкой нити [10, 16]:

$$T(x) = \sqrt{H^2 + (Q(q, x) + H \cdot \operatorname{tg} \beta g^2} \quad (10)$$

В свою очередь гибкая нить способна сопротивляться только растяжению, а жесткость при кручении и изгибе отсутствует, поэтому уравнения по определению главных напряжений имеют вид [8, 14]:

$$\sigma_1(x) = \frac{T(x)}{A}; \sigma_2(x) = \sigma_3(x) = 0 \quad (11)$$

Общая последовательность моделирования НДС гибкой нити под действием поперечной кратковременной динамической нагрузки при наличии конструктивной нелинейности отражена на рисунке 3 в виде блок-схемы.

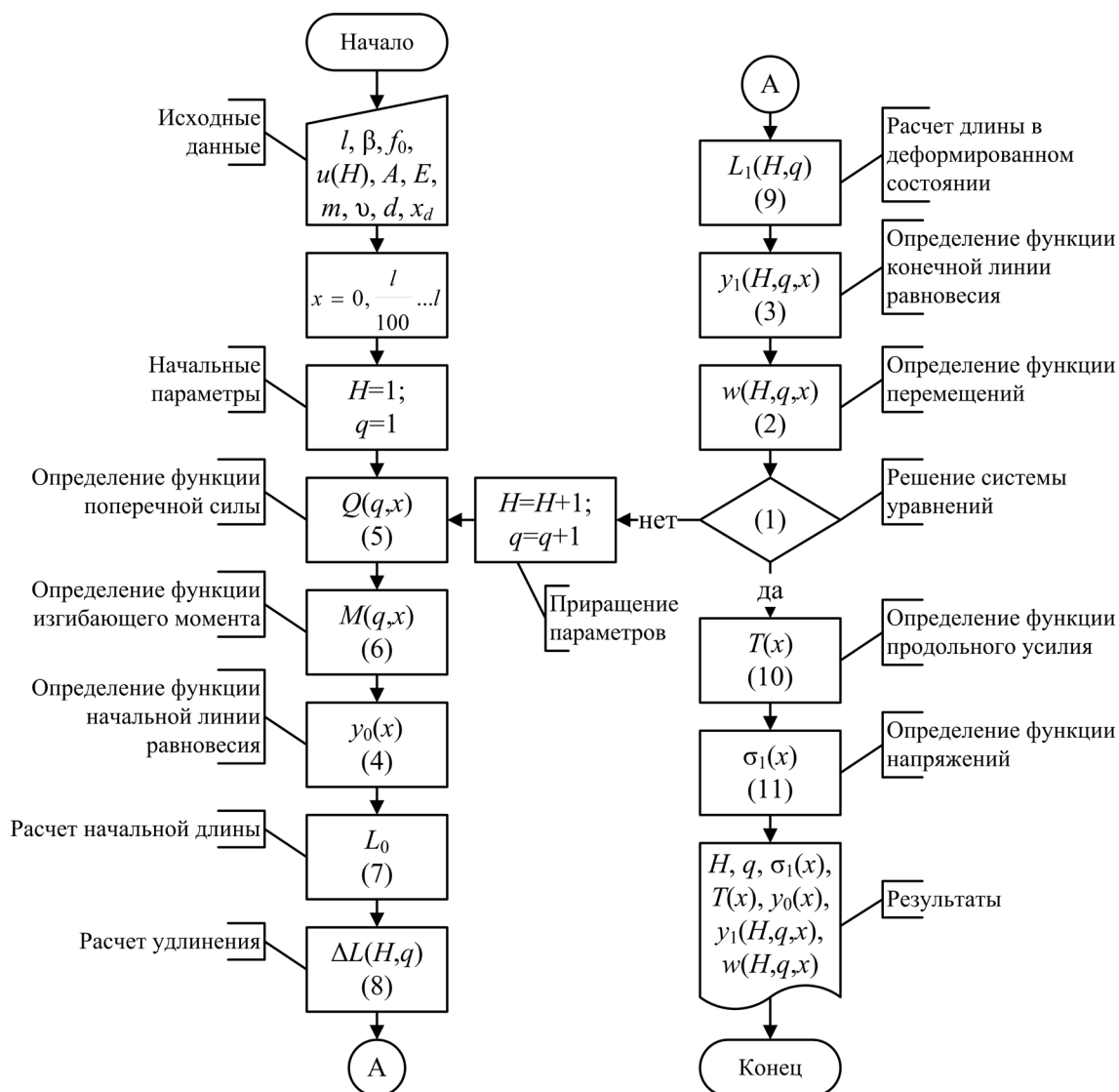


Рисунок 3 - Блок-схема моделирования НДС гибкой нити

Результаты исследования. В качестве объекта исследования рассмотрим, испытывающую горизонтальный поперечный удар, гибкую нить (стальной канат) пролетом $l=8$ м (ширина перекрываемого проезда шлагбаумом), сечением $A=2,31638 \cdot 10^{-3}$ м², выполненную из материала с модулем упругости $E=147051,9$ МПа и пределом прочности на разрыв $\sigma_B=1350$ МПа, первоначально прямолинейную $f_0=0$ м с опорами, расположенными на одном уровне $\beta=0$ град. Масса ударяющего тела (транспортного средства) $m=4000$ кг (ГАЗель NEXT). Ширина зоны взаимодействия $d=1$ м. Центр зоны взаимодействия совпадает с серединой пролета гибкой нити $x_d=4$ м.

С целью проведения сравнительного анализа, решим ряд задач для указанных в таблице 1 типов моделей внешних связей гибкой нити с заданными физическими и геометрическими характеристиками, при разной величине динамической нагрузки, а именно скорости ударяющего тела.

Для получения обобщающих выводов, рассчитанные при проведенном исследовании, значения напряжений, деформаций и поперечной кратковременной динамической нагрузки, приведем к следующему безразмерному виду:

• коэффициент использования прочности сечения $k_{\max} = \frac{\sigma_1(l)}{\sigma_B}$;

• относительный прогиб $f = \frac{w(H, q, l/2)}{l} \cdot 100\%$;

• коэффициент динамичности $k_d = \frac{q \cdot d}{g \cdot m}$ [11, 19].

На рисунке 4 представлены графики изменения коэффициента использования прочности максимально нагруженных (приопорных) сечений гибкой нити. Из сопоставления графиков видно, что применение односторонних упругих связей или связей с учетом выбора зазора в качестве граничных условий, приводит к значительному снижению расчетных значений максимальных растягивающих напряжений в сечениях гибкой нити при увеличивающейся динамической нагрузке.

Необходимо отметить, что разрыв гибкой нити с шарнирно-неподвижными опорами происходит уже при скорости ударяющего тела равной $v=10,75$ м/с, что почти в 3 раза ниже той скорости, при которой растягивающие напряжения в материале гибкой нити с опорами, выполненными в виде односторонних связей, достигают предела прочности на разрыв.

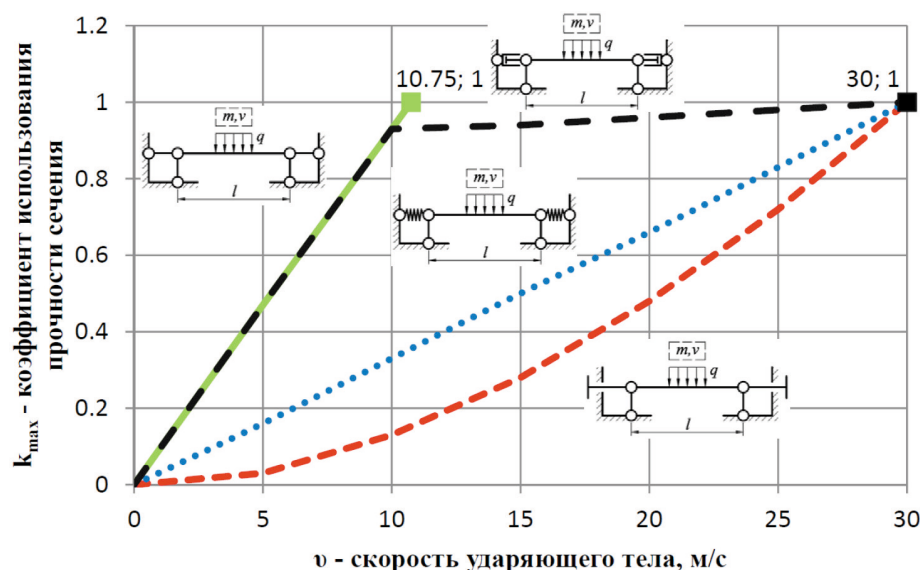


Рисунок 4 - Графики изменения коэффициента использования прочности сечения

На рисунке 5 представлены графики изменения относительного прогиба в середине пролета гибкой нити. Анализ графиков показывает, что при использовании односторонних связей в качестве опор крепления, деформативность гибкой нити возрастает. При этом следует отметить, что основной рост величины относительного прогиба происходит за счет кинематических перемещений, вызванных смещением опор крепления. Так для гибкой нити с опорами, выполненными в виде односторонних связей с учетом выбора зазора, в первоначальный момент удара, вся величина относительного прогиба, равная 17,46 %, обусловлена изменением положения линии равновесия гибкой нити. В дальнейшем с увеличением динамической нагрузки, рост величины относительного

прогиба с 17,46 % до 19,3 % происходит только за счет упругих деформаций в материале гибкой нити.

На рисунке 6 представлены графики изменения коэффициента динамичности, показывающего во сколько раз поперечная кратковременная динамическая нагрузка, возникающая в результате удара горизонтально движущимся телом, больше, чем нагрузка при статическом приложении веса того же тела. Из графиков видно, что применение односторонних связей при прочих равных условиях позволяет снизить коэффициент динамичности. Это связано с возрастающей деформативностью гибкой нити.

На рисунке 7 представлены графики смещения опор при изменении динамической нагрузки для всех типов моделей внешних связей из таблицы 1.

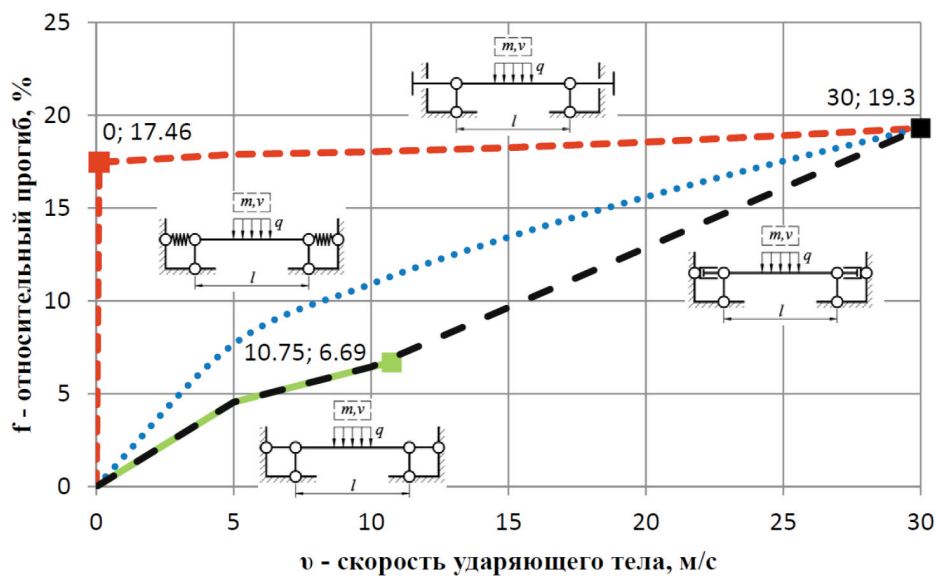


Рисунок 5 - Графики изменения относительного прогиба

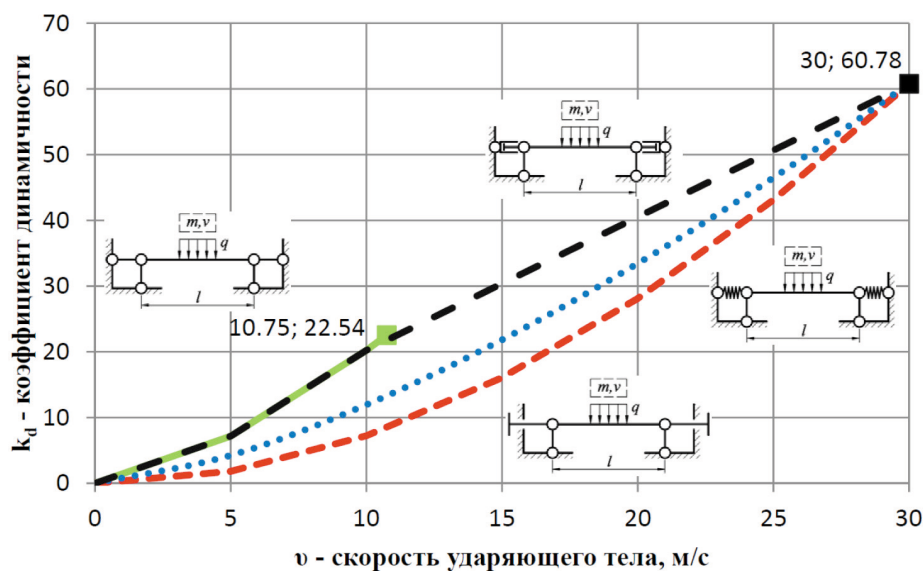


Рисунок 6 - Графики изменения коэффициента динамичности

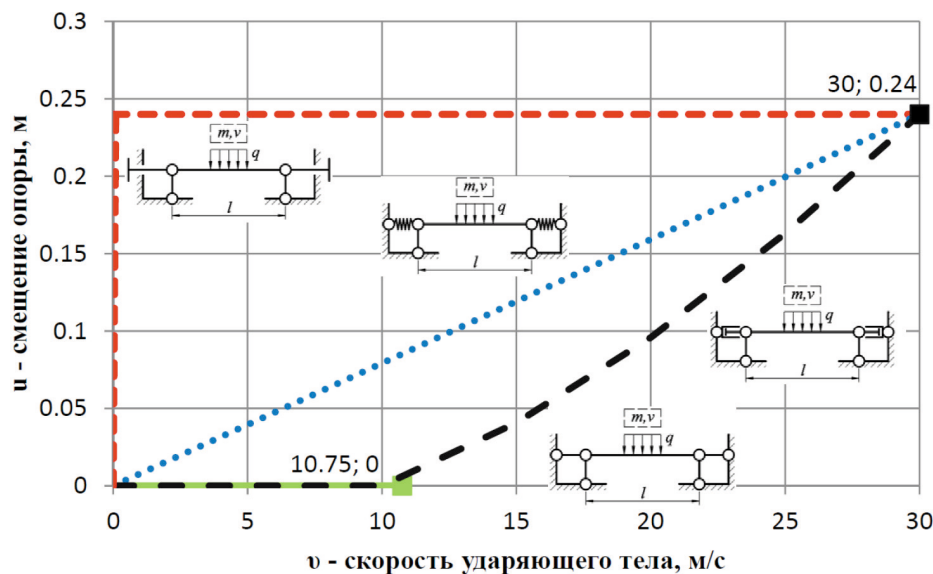


Рисунок 7 - Графики изменения смещения опоры

Закключение. На основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что эффективность применения конкретного типа модели внешней связи зависит от диаграммы ее работы. Наибольший эффект, связанный со снижением деформаций, включающих кинематические перемещения, достигается в гибкой нити, имеющей точки крепления в виде односторонних связей с учетом предельного усилия. В свою очередь применение в виде граничных условий односторонних связей с учетом выбора зазора, вызывает максимальный эффект связанный со снижением нормальных напряжений, возникающих в сечениях гибкой нити.

Установлено что, в целом односторонние связи в отличие от шарнирно-неподвижных опор имеют более высокий уровень демпфирования, поэтому предлагается использовать их в качестве элементов по отбору и поглощению энергии в конструкциях, расчетной схемой которых является гибкая нить, работающая по восприятию поперечной кратковременной динамической нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Городецкий, А.С. Конструктивная нелинейность. Односторонние связи. Проблемы реализации / А.С. Городецкий, Д.А. Городецкий, А.В. Пикуль // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Т. 12, № 3. – С. 35-39.
2. Масленников, А.М. Исследование влияния конструктивной нелинейности на колебания конструкций при сейсмическом воздействии / А.М. Масленников // Вестник гражданских инженеров. – 2005. – № 1(2). – С. 32-36.
3. Тарасов, Д.А. Конструкция защитного сооружения от удара для железнодорожных поездов / Д.А. Тарасов, В.В. Коновалов, В.Ю. Зайцев // Региональная архитектура и строительство. – 2014. – № 1 (18). – С. 111-117.
4. Патент на изобретение №2621774 РФ. Противотаранный барьер / П.А. Косяков, Д.А. Тарасов, Н.А. Ша-лашилин, О.Л. Шаповал. – 2015145382; заявл. 21.10.2015; опубл. 07.06.2017, Бюл. №16. – 11 с.
5. Патент на изобретение №2694376 РФ. Противотаранные откатные ворота / А.А. Кодоров, Д.А. Тарасов, Г.С. Большаков, И.В. Васильев, О.Л. Шаповал. – 2019102145; заявл. 24.12.2018; опубл. 12.07.2019, Бюл. №20. – 12 с.
6. Люминарский, И. Е. Метод расчета линейных систем, ограниченных односторонними связями, при статическом нагружении / И.Е. Люминарский, С.Е. Люминарский // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машино-строение». – 2009. – № 2. – С. 84-90.
7. Кумпяк, О.Г. Динамическая прочность и деформативность наклонных сечений сжато-изгибаемых железобетонных конструкций на податливых опорах. / О.Г. Кумпяк, Н.В. Мещеулов, Я.С. Люлевич // Вестник ТГАСУ. – 2016. – № 6. – С. 150-159.
8. Тарасов, Д.А. Комплекс программ моделирования работы стальных канатов при действии поперечной динамической нагрузки / Д.А. Тарасов // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2015. – № 02 (24). – С. 48-55.
9. Кужахметова, Э.Р. Методы расчета вант и вантовых конструкций / Э.Р. Кужахметова // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2019. – №2. – С. 39-48.
10. Тарасов, Д.А. Комплекс программ моделирования напряженно-деформированного состояния стальных канатов / Д.А. Тарасов // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2013. – № 12 (16). – С. 114-120.
11. Tarasov, D. Mathematical modeling of deformations of flexible threads under their dynamic loading in the zone of material plasticity / D. Tarasov, V. Kononov, V. Zaitsev, Yu. Rodionov // IOP Conf. Series: Journal of Phys-ics: Conf. Series. 2019. № 1278-012014.
12. Поляков, Ю.С. Торможение тележки канатного спуска натяжением каната / Ю.С. Поляков, Ю.В. Ванаг, А.В. Барис // Динамика систем, механизмов и машин. – 2019. – Том 7, №1. – С. 128-136.
13. Потапов, А.Н. Динамический расчет подкрановой фермы при конструктивно нелинейной работе ее элементов / А.Н. Потапов, Н.А. Зямбаев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2015. – Т. 15, № 3. – С. 26-31.
14. Тарасов, Д.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибких нитей с учетом физической нелинейности / Д.А. Тарасов, Д.Ю. Семенов // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2017. – № 3 (23). – С. 175-185.
15. Горячев, М.П. Методика контроля механических параметров воздушных линий электропередачи на основе улучшенного инклинометрического метода. / М.П. Горячев, М.Ф. Садыков, Д.А. Ярославский // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2019. – №21(3). – С. 160-171.
16. Тарасов, Д.А. Параметрическая оптимизация стальных канатов при действии поперечного удара / Д.А. Тарасов // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2015. – № 02 (24). – С. 56-62.
17. Очков, В.Ф. Новый способ решения симметричной и асимметричной задачи о цепи с грузом, или лекция для великих математиков / В.Ф. Очков, А.Е. Тарасов, К.А. Орлов, Е.С. Наumenko, Г.М. Липкин, Е.В. Никульчев // Cloud of Science. – 2019. – Т. 6. №4. – С. 530-549.
18. Tarasov, D. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations / D. Tarasov, V. Kononov, V. Zaitsev, Yu. Rodionov // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 2018. № 1084-012008.
19. Коновалов, В.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибкой нити при действии поперечного удара / В.В. Коновалов, Д.А. Тарасов, В.Ю. Зайцев, Ю.В. Родионов // В сборнике: Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Труды XXI Международной конференции. В 2-х томах. Под редакцией С.А. Никитова, Д.Е. Быкова, С.Ю. Боровика, Ю.Э. Плешивцевой. – 2019. – С. 313-317.
20. Перетрухин, Д.С. Исследование зависимости провиса каната от усилия его натяжения / Д.С. Перетрухин, А.А. Феденев, Ю.И. Калинин // Высокие технологии в строительном комплексе. – 2019. – №1. – С. 170-175.

Статья поступила в редакцию 07.05.2020

Статья принята к публикации 10.06.2020