

УДК 532.5, 533.2

DOI: 10.46548/21vek-2021-1054-0015

**АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ
ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ**

©2021

Тукмаков Дмитрий Алексеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник
Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»,
(420100, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, д.2/31, email: tukmakovda@imm.knc.ru)

Аннотация. В статье приведен краткий обзор работ по исследованиям механических и физических процессов в дисперсных средах. Представлены основные модели движения неоднородных сред, как многофазных сред, компоненты которых имеют различное агрегатное состояние, так и однородных смесей, компоненты которых имеют одинаковый фазовый состав. Рассмотрены отличия математических моделей, описывающих течения различных типов неоднородных сред, также обсуждаются основные концепции разработки математических моделей динамики неоднородных сред. В статье анализируются результаты, полученные как линеаризованными моделями, допускающими аналитическое решение, так и нелинейными моделями, интегрируемыми численными алгоритмами. В работе рассматривались вопросы динамики газовзвесей – многофазных смесей, дисперсная компонента которых не имеет существенно большей массы, чем масса несущей среды. Также приведены исследования динамики порошковых сред, смесей в которых массовая доля дисперсной компоненты существенно превосходит массовую долю газа. Представлены работы, посвященные теоретическим исследованиям фундаментальных основ динамики дисперсных течений, а также результаты исследований направленных на получение прикладных результатов в различных отраслях промышленности. Было выявлено, что в зависимости не только от типа моделируемой среды, но и от физических основ технологических процессов, предпочтение отдается тем или иным моделям.

Ключевые слова: механика сплошных сред, механика жидкости и газа, газовзвеси, порошковые среды, математическое моделирование.

**ANALYSIS OF RESEARCH ON MATHEMATICAL SIMULATION AND TECHNICAL APPLICATIONS
PHYSICAL AND MECHANICAL PROCESSES IN DISPERSED MEDIA**

©2021

Tukmakov Dmitry Alekseevich, candidate of physical and mathematical sciences, researcher
Federal Research Center "Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences",
(420100, Russia, Kazan, Lobachevsky str: 2/31, email: tukmakovda@imm.knc.ru)

Abstract. The article provides a brief overview of studies on mechanical and physical processes in dispersed media. The main models of the motion of inhomogeneous media are presented, both multiphase media, the components of which have different aggregate states, and homogeneous mixtures, the components of which have the same phase composition. The differences in mathematical models describing the flows of various types of inhomogeneous media are considered, and the basic concepts of developing mathematical models of the dynamics of inhomogeneous media are discussed. The article analyzes the results obtained both by linearized models that admit an analytical solution and by nonlinear models that are integrated by numerical algorithms. The paper considered the dynamics of gas suspensions – multiphase mixtures, the dispersed component of which does not have a significantly greater mass than the mass of the carrier medium. Also described are models of the dynamics of powder media, mixtures in which the mass fraction of the dispersed component significantly exceeds the mass fraction of gas. The paper presents works devoted to theoretical studies of the fundamental foundations of the dynamics of dispersed flows, as well as the results of studies aimed at obtaining applied results in various industries. It was found that, depending not only on the type of the simulated environment, but also on the physical foundations of technological processes, preference is given to one or another model.

Keywords: continuum mechanics, fluid and gas mechanics, gas suspensions, powder media, mathematical modeling.

Введение. Одним из разделов современной механики сплошных сред является механика сплошных неоднородных сред. Неоднородные среды могут быть смесями компонент, имеющих одно фазовое состояние [1], или же смесями, которые состоят из компонент, имеющих различное агрегатное состояние, в таком случае эти среды называются многофазными [1–6]. Часто в механике однородных [7–11] и многофазных сред применяются методы математического моделирования [12–19]. Точные решения [7,8,13,28,31], как

правило касаются течений, модели которых имеют сильные упрощения: отсутствие вязкости, отсутствие теплопроводности, стационарность или одномерность течений [6–8]. Из-за сложности математических моделей уравнения моделей часто решаются численными методами [9–19].

Целью статьи является краткий обзор публикаций, посвященных изучению динамики неоднородных сплошных сред, носящих как фундаментальный, так и прикладной характер. При разработке математи-

ческих моделей механики сплошных сред возможно учитывать те или иные физические и механические эффекты, а возможно пренебрегать некоторыми из этих эффектов, уменьшать геометрическую размерность моделируемых течений для упрощения математической модели. В данной работе проводится анализ исследований по разработке математических моделей динамики неоднородных сред, в зависимости от типа неоднородной среды и моделируемого процесса.

Материалы и результаты исследований. Основы теории механики многофазных сред сформулированы в монографии [1], в монографии [2] разработаны математические модели, относящиеся непосредственно к техническим приложениям. На основе общей теории динамики многофазных сред разработаны математические модели динамики запыленных сред [3] и запылённых, газокapельных и порошковых сред [4]. Монография [5] посвящена исследованию акустических возмущений в различных дисперсных средах. В монографии [6] получены точные решения для линеаризованных моделей акустики газокapельных сред.

Часто для описания динамики сплошных сред применяются модели с одномерной геометрией [1–9]. Такие модели могут описывать течения в каналах, в которых пренебрегается взаимодействием текущей среды со стенками. Рассмотрим на примере одномерных моделей различные способы моделирования динамики неоднородных сред.

Для моделирования течений смесей возможно применить диффузионный подход, который предполагает, что все уравнения гидродинамики, кроме уравнений непрерывности массы компонент смеси, решающие для всей смеси в целом [1, 11–15]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p]u - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0, \quad (4)$$

где ρ , u , T , e – плотность, скорость, температура, полная энергия смеси; ρ_1 , ρ_2 – плотности компонент смеси. Уравнения математической модели дополняются граничными и начальными условиями, записываемыми для плотностей компонент смеси отдельно:

$$u(0, x_1) = u_1, u(0, x_2) = u_2, e(0, x_1) = e_1, e(0, x_2) = e_2, \\ \rho_1(0, x_1) = \rho_1^1, \rho_1(0, x_2) = \rho_1^2, \rho_2(0, x_1) = \rho_2^1, \rho_2(0, x_2) = \rho_2^2$$

Уравнения (1), (2) имеют одинаковый вид и отличаются лишь начальными и граничными условиями для плотностей компонент смеси. Такой подход применяется, если не предполагается учитывать обмен импульсом и теплом между компонентами. Модели диффузионного типа находят своё применение в моделировании течений неоднородных сред в энергетике, химической промышленности и медицинских технологиях [12–15]. Особенно эффективно модели такого рода применяются при моделировании технологических процессов водородной энергетики [13–15], так

как в газовых смесях нет необходимости описывать межкомпонентное взаимодействие.

Также часто применяется методика моделирования, в которой уравнения механики сплошной среды интегрируются для чистого газа, при этом, динамика дисперсных включений определяется суммой сил, приложенных к частицам со стороны несущей среды [27] (5)–(8):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p]u - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0, \quad (7)$$

$$\rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = F(u, u_1). \quad (8)$$

Движение несущей компоненты смеси описывается одномерной нестационарной системой уравнений динамики сплошной среды (5) – (7), где u_1 – скорость дисперсной компоненты; ρ , ρ_1 – плотности несущей среды и дисперсной компоненты, F – сила воздействующая на дисперсную компоненту со стороны несущей среды (8). Данный подход не предполагает учета взаимобратного межкомпонентного взаимодействия в среде, которое не является существенным при малых объёмных содержаниях дисперсных включений.

Континуальный подход [1–4] предполагает, что для каждой из компонент смеси записывается полная гидродинамическая система уравнений. Системы уравнений связаны слагаемыми, отвечающими за межкомпонентное взаимодействие – обмен импульсом и теплообмен (9) – (14):

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p) = -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e_1 + p]u_1 + \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = Q - |F|(u_1 - u_2) - \alpha \left(\frac{\partial(p u_1)}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) = F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) = -Q, \quad (14)$$

$$\rho_2 = \alpha \rho_{20} \quad (15)$$

Индексы «1» и «2» относятся к параметрам компонент смеси. Движение несущей компоненты смеси описывается одномерной нестационарной системой уравнений динамики сплошной среды (9) – (11). Динамика дисперсной компоненты смеси описывается системой уравнений, включающей уравнение сохранения «средней плотности» – ρ_2 , произведения физической плотности материала частиц ρ_{20} (постоянной величины) и объёмного содержания дисперсной фазы – α (15), изменяющегося на различных участках физической области вместе с движением дисперсных включений; уравнениями сохранения импульса (13) и энергии (14), записанными с учетом теплообмена и

обмена импульсом с несущей компонентой. Функции $F=(u_1, u_2)$ и $Q=(T_1, T_2)$ описывают межкомпонентный обмен импульсом и межкомпонентный теплообмен. Математическая модель (9) – (15) описывает течение неоднородных сред, в которых массы компонент смеси являются величинами одного порядка, в этом случае существенным является взаимодействие компонент смеси.

Работы, посвященные динамике дисперсных сред с малым значением массовой доли дисперсной компоненты. Для запыленных и газодисперсных сред – газовых взвесей соответственно твердых частиц и жидких капель, для пузырьковых сред, общим является то, что объем дисперсной фазы существенно меньше объема несущей среды [1]. Дисперсные включения движутся в потоке несущей среды – рисунок 1. Таким образом, наиболее существенный вклад в динамику такого рода смесей оказывает несущая среда.

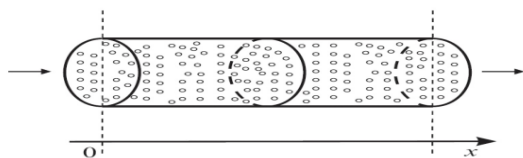


Рисунок 1 – Схематическое изображение течения дисперсного потока, дисперсная компонента которой имеет существенно меньший объем, в сравнении с объемом несущей среды.

Теоретическое исследование динамики газозвесей актуально в связи с конструированием и оптимизацией аппаратов очистки газов от дисперсных включений. В работе [19] исследовалось воздействие частиц на турбулентное течение двухфазной смеси. Моделировалось течение газа с твердыми частицами. Изучено влияние частиц на турбулентность течения, а также изучен теплообмен двухфазной среды со стенками трубы. Экспериментальному исследованию течения запыленной среды в циклоне, с квадратным сечением, посвящена статья [20]. Сепарация твердых частиц газозвеси изучается в статье [21]. При помощи $k-\omega$ модели турбулентности создана математическая модель течения в сепарационном аппарате. Выявлено влияние вращения стенок и закрутки газового потока на поле скорости газа. Проведено сравнение результатов численных расчетов турбулентных течений с данными экспериментальных исследований. Недостатком работы являлось то, что математическая модель не предполагала исследования влияния дисперсной компоненты на течение газа. В работе [22] для моделирования динамики неоднородной среды применена математическая модель дисперсного потока, реализовывающая континуальный подход моделирования динамики многофазных сред. Численно решалась задача механики сплошных сред в трехмерной цилиндрической постановке. Выявлены закономерности выпадения частиц из закрученного газодисперсного потока. Недостатком работы является учет лишь исключительно силы аэродинамического сопротивления при описании межкомпонентного обмена импульсом, без учета динамической силы Архимеда,

силы присоединенных масс, силы Бассэ и др. Численному моделированию двухфазной турбулентной струи посвящена работа [23]. В статье были представлены результаты численного моделирования двухмерного течения запыленной среды в турбулентной струе для трех случаев ее конфигурации: нисходящей, восходящей, и без учета силы тяжести. Моделирование обеих компонент смеси осуществлялось на основе уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Для описания осредненных характеристик двухфазного течения использовалась континуальная модель, аналогичная модели (9) – (14). Удовлетворительное соответствие численных расчетов континуальной модели с данными эксперимента демонстрируют влияние взаимодействия газа и частиц. Математическая модель не учитывала столкновений частиц. Исследованию динамики скоплений твердых частиц посвящена статья [24]. В работе изучалось распространение объема частиц в ускоряющемся потоке за фронтом ударной волны, влияние на дисперсию облаков прямоугольной и эллиптической форм отношения продольного размера облака к его поперечному размеру. Также рассматривались различные углы атаки несущего потока. Для численного решения применена конечно-разностная схема, основанная на смешанной эйлеровой и лагранжевой постановке задачи. Уравнения законов сохранения интегрировались в эйлеровой постановке, в которой фиксирован участок пространства, а для описания движения частиц применяется лагранжевый подход, предполагающий движение фиксированного объема среды в пространстве. Рассмотрено влияние формы облака частиц на распределение частиц в движущемся потоке. Представленная в статье математическая модель не учитывала лишь плоскую геометрию течения. Исследование течений дисперсных смесей связано также и с оптимизацией работы реактивных двигателей – в работе [25] моделировались внутренние двухфазные течения в сопле реактивного двигателя. На основании расчетов траекторий движения частиц, определяются потоки выпадения частиц на внутреннюю поверхность сопла. При этом математическая модель не учитывала межкомпонентного взаимодействия в смеси, которое может существенно влиять на динамику таких сред.

В работе [26] численно исследованы закономерности динамики частиц в акустическом резонаторе криволинейной формы, исследование выполнено с целью оптимизации конструкции акустических ловушек дисперсных частиц. Динамика несущей среды описывалась системой уравнений Навье-Стокса. Уравнения динамики неоднородной среды интегрировались численным конечно-разностным методом. Исследованы акустические течения и фокусировка частиц в емкости сложной геометрической формы. Изучены процессы образования вихрей Рэлея и закономерности распределения частиц на резонансном режиме колебаний. Выявлены зоны с резко увеличенной концентрацией частиц (акустические ловушки). Как и в работе [25] математическая модель не учитывала взаимообратно-

го воздействия компонент смеси.

Работа [27] посвящена численному исследованию влияния параметра закрутки потока и теплофизических свойств материала капель газокapельной среды на структуру турбулентного течения и теплообмен в двухфазном потоке. Для описания динамики и теплообмена неоднородной среды был использован эйлеров подход. Выявлено, что добавление капель приводит к существенному росту теплообмена в сравнении с однородным закрученным течением. Численное моделирование демонстрирует, что интенсификация теплообмена при использовании капель этанола выше, чем при использовании капель воды и ацетона. Частным случаем дисперсных сред являются пузырьковые жидкости – жидкости, насыщенные пузырьковыми включениями различных газов. В статье [28] исследовались нелинейные волновые процессы в двухфазной среде – пузырьковой жидкости. Задачей работы стало получение стационарного решения уравнений, описывающих движение уединенной волны в газожидкостной смеси без учета диссипативных процессов. Было рассмотрено одномерное стационарное течение жидкости с газовыми пузырьками, получено аналитическое решение. Течение моделировалось, как стационарное без учета нестационарных эффектов, также не рассматривалось влияние двухмерных или трехмерных эффектов.

В ряде исследований предметом изучения являются электрически заряженные газовзвеси, связано это, в частности, с исследованием пылевой плазмы – взвешенных в ионизированном газе твердых частицах. В работе [29] численно моделируется динамика частиц в электрическом поле, без учета газодинамических эффектов. В работе [30] на основе газодинамической модели, не учитывающей взаимного влияния компонент смеси, проводятся численные расчеты динамики электрически заряженных запыленных сред, результаты расчетов сопоставляются с данными физического эксперимента, получено удовлетворительное согласование.

Практические проблемы, в связи с которыми моделируются и экспериментально исследуются течения газовзвесей, как правило связаны с удалением из газовой среды дисперсных включений – жидких капель или твердых частиц [19–26]. Такого рода задачи возникают при очистке промышленных выбросов в химической промышленности, в топливно-энергетическом комплексе, промышленной энергетике, технологии авиакосмической отрасли, двигателестроения также используют потоки дисперсных сред. Для удаления дисперсных включений применяются методы, основанные на скоростном скольжении компонент смеси, инерционности частиц относительно газа. Поэтому при моделировании инерционного отделения частиц от несущей среды главным является описание поля скорости частиц, а взаимные обратные эффекты не столь важны, как объект исследований. Гомогенные модели [12–15] (1)–(4) для моделирования скоростного скольжения компонент не применимы. Но в случае суще-

ственных массовых долей дисперсных компонент, взаимодействие газа и дисперсной фазы смеси может оказывать существенное воздействие на поле скорости газа, возникает необходимость в применении континуальных моделей. При исследовании газокapельных сред наибольший интерес представляют эффекты, связанные с испарением и конденсацией капель [6, 27]. Исследования динамики пузырьковых сред связаны с химической и нефтегазовой промышленностями [28]. При моделировании течений пузырьковых сред, содержащих существенную по объему пузырьковую фазу, возникает необходимость исследований пульсаций пузырьковых включений и их взаимодействия с течением несущей среды, взаимное влияние теплообмена газа (в пузырьках) с несущей средой. При моделировании динамики пылевой плазмы [29, 30] наиболее существенной задачей является решение уравнений электродинамики, так как распределение частиц во многом определяется электрическим полем. Связано это с тем, что плотность ионизированного газа на порядки меньше, чем плотность газа и соответственно влияние аэродинамических сил в плазме также не столь велико как в газе. Следует отметить, что плазма, даже без дисперсных включений, является неоднородной средой, так как состоит из электронов, анионов, катионов, а также не дислоцировавшихся молекул.

Работы, посвященные исследованию динамики порошковых сред. Другим типом неоднородных сред являются порошковые среды, или же в другой терминологии, среды насыпной плотности, в которых массовая доля дисперсной компоненты существенно превышает массовую долю газа [1, 3]. В порошковых средах объемное содержание дисперсной компоненты является величиной, как минимум, одного порядка с объемом газовой фазы – рисунок 2.

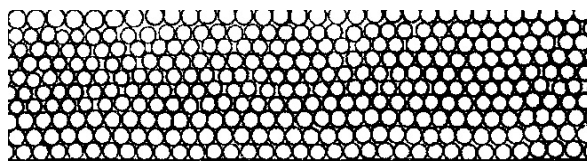


Рисунок 2 – Схематичное изображение среды насыпной плотности, дисперсная компонента имеет существенно большую массовую долю, чем газообразная составляющая смеси.

Исследование такого рода сред является дисциплиной, связанной как с механикой жидкости и газа, так и с механикой твердого деформируемого тела [3]. В качестве примера модели динамики порошковых сред можно рассмотреть модель дисперсного течения с двумя давлениями – давлением газа и давлением дисперсной компоненты, формирующимся за счет взаимодействия частиц (16) – (19):

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\partial (p_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial (p_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial (p_1 u_1^2)}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} = -F, \quad (17)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{\partial(p_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial(p_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p_2 u_2^2) + \alpha_2 \frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial p_2}{\partial x} = F, \quad (19)$$

Здесь α_i – объемные содержания газовой и твердой фазы смеси, $p_2 = p_2(u_2, \rho_2)$ – давление дисперсной компоненты смеси, при этом, как и в модели динамики газозвеси $\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}$.

В статье [31] на основе континуальной модели динамики многофазных сред приведены результаты аналитического и численного моделирования воздействия линейных и слабонелинейных газовых ударных волн с гетерогенной средой насыпной плотности, имеющей два давления – давление газа и давление дисперсной компоненты смеси. В работе получено точное решение для упрощенной системы уравнений. Выведены аналитические выражения для распределений давлений компонент в среде с насыпной плотностью. Проведено сопоставление полей давлений компонент смеси, полученных численным решением нелинейной системы уравнений движения порошкообразной среды с точным решением системы линейных уравнений. Как линейная, так и нелинейная математические модели учитывали лишь одномерную геометрию течения. Публикация [32] посвящена математическому моделированию переноса тепла и плавлению дисперсных насыпных сред. Исследовалась порошковая среда, образованная частицами различной формы, размеров и состава, хаотически расположенными относительно друг друга. Выведены уравнения теплообмена в порошковой среде насыпной плотности. С использованием выведенных уравнений решена модельная задача о нагреве и плавлении порошка. Даны оценки скорости плавления. Модель не учитывала процессы массопереноса порошковой среды. В публикации [33] представлены результаты численного исследования гидродинамики течения, возникающего после прохождения газом слоя неподвижной дисперсной среды насыпной плотности. Математическая модель учитывала объемные фазовые содержания газа и дисперсной среды, а также межфазный обмен импульсом. Изучено влияние геометрии насыпного слоя на качественные и количественные характеристики потока за преградой. Численные расчеты сопоставлялись с экспериментальными данными. Исследованы качественные закономерности протекания через дисперсную среду насыпной плотности несжимаемой и сжимаемой сред. Численная модель реализована в виде параллельного вычислительного кода на основе *OpenMP*- и *MPI*- технологий, что позволило проводить численные эксперименты с большим временным шагом. В статье [34] построена теоретическая модель акустики порошковых сред, основанная на равновесной скорости при теплообмене с внешней средой. Модель проверена экспериментально. Приведены результаты аналитического решения задачи периодического теплового воздействия на дисперсную среду насыпной плотности. При этом геометрия изучаемых

процессов предполагалась одномерной. Публикация [35] связана с проблемой хранения измельченных древесных материалов на лесоперерабатывающих предприятиях. Разработаны математические модели, описывающие влияние наиболее существенных факторов на процессы самонагрева измельченной древесины, хранящейся в больших массивах на открытых складах. При проведении исследований использовали методы математической статистики с применением вычислительных программных комплексов. В результате получена система дифференциальных уравнений в частных производных, моделирующих процессы самонагрева измельченной древесины и позволяющих прогнозировать формирование температурного поля внутри объема дисперсной среды, состоящей из древесины, что позволит разработать методы безопасного хранения технологической щепы. В разработанных в исследовании математических моделях не учитывался массоперенос компонент смеси. В работе [36] исследуются дисперсные среды представляющее собой насыпные слои металлических шариков. Насыпные слои из металлических шариков являются демпфирующим элементом, защищающим конструкции от импульсных воздействий. Для оценки их демпфирующих свойств необходимы знания деформационных и прочностных характеристик при статическом и динамическом сжатии объема дисперсной среды. В статье приведены результаты исследований при различных скоростях деформации. Показано, что в результате деформирования образцов с ростом нагрузки наблюдается развитое пластическое течение и фрагментация шариков. Проведенные испытания в широком диапазоне нагрузок показали большие отличия между статическими и динамическими кривыми деформирования, характерные для высокопористых сред. Полученные результаты могут быть использованы для предсказательного моделирования элементов конструкций, содержащих насыпные слои. В публикации [37] исследованы процессы разделения сыпучей среды применительно к технологиям агропромышленного комплекса. Установлена количественная определительность примесного компонента при очистки зерновых смесей. Выявлены недостатки теории аппаратов разделения зерносмесей и эмпирических исследований по данной тематике. Предложены методы формирования физической модели для оценки динамики выделения компонентов зерносмеси ячеистой поверхностью. В статье [38] проведен анализ физических основ работы аппаратов, смешивающих порошковые среды, применительно к строительной промышленности, предложены перспективные направления этих технологий. В работе [39] разработана математическая модель фильтрации жидкости в порошковой среде. Разработана компьютерная программа, позволяющая вычислить зависимость коэффициента фильтрации от насыпной массы сорбента и температуры очищаемой жидкости. Осуществлен анализ эффективности различных фильтрующих материалов. Предложенная в статье математическая модель позволяет проверить

эффективность фильтрации фильтрующего материала в зависимости от технологически параметров процесса и физических свойств очищаемой среды. Исследования механике сред насыпной плотности применимы и в биотехнологиях – в работе [40] представлены результаты исследований по созданию искусственных подложек для выращивания клеток живого организма. Выявлено, что структуры, состоящие из полимерных микросфер возможно применять для выращивания клеток, из которых можно формировать искусственно выращенные ткани и органы.

Порошковые среды применяются во многих областях техники [31–40] – от биотехнологий, до строительства, также свойства дисперсных сред насыпной плотности используются с целью фильтрации жидкостей или газов. В динамике порошковых, сыпучих сред возникают как свойства твердых тел, так и жидкостей, в связи с этим модели динамики этих сред могут, если присутствует необходимость изучения таких явлений механики, сочетать в себе свойства моделей динамики твердого деформируемого тела и моделей механики жидкости [31, 33, 36]. Но во многих практических приложениях применяются нестационарные модели порошковых сред, так как целью исследований являются процессы фильтрации жидкой компоненты или теплообмен в неподвижной порошковой среде [32, 35, 39].

Заключение. В статье рассмотрены работы, посвященные динамике дисперсных сред. Приведены основные типы математических моделей течений неоднородных сред. Представлен краткий обзор работ, посвященных тематике дисперсных сред, направленных как на фундаментальное исследование таких течений, так и на практическое применение дисперсных сред в различных промышленных технологиях. Из анализа результатов различных исследований следует, что выбор концепции разработки математической модели динамики смеси определяется параметрами моделируемого объекта. Сложные математические модели, учитывающие различные эффекты динамики смесей предполагают использование численных алгоритмов, точные решения возможно получить лишь для линеаризованных либо упрощенных нелинейных моделей. Компьютерные реализации численных алгоритмов решения уравнений сложных математических моделей могут также требовать и параллельных алгоритмов, для ускорения процесса численных расчетов. Тип математической модели соответствует физическим особенностям моделируемой смеси, так как в зависимости от характера неоднородной среды какими-то механическими или физическими эффектами возможно пренебречь. При этом также важно и то, какого рода технологический процесс или природное явление описывается математической моделью. Из публикаций в периодических изданиях следует, что для оптимизации технологических процессов, работающих с дисперсными средами, необходима разработка математических моделей, наиболее полно описывающих механические и физические процессы,

возникающих в динамике дисперсных сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. [монография] /Р.И. Нигматулин – Москва: Наука. – 1978. – 336с.
2. Стернин Л.Е. Двухфазные моно – и полидисперсные течения газа с частицами. [монография] / Л.Е. Стернин – Москва: Машиностроение.– 1980. – 176 с.
3. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. [монография] /А.Г.Кутушев– Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.
4. Федоров, А.В. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов [монография], / А.В. Федоров, В.М. Фомин, Т.А. Хмель – Новосибирск, 2015. –301 с.
5. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspension [монография]. /Temkin S. – Cambridge University Press. – 2005. –398p.
6. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазо-капельных сред [монография]. /Д.А. Губайдуллин – Казань: Изд-во Казанского математического общества. – 1998. – 153с.
7. Седов Л.И. Механика сплошной среды [монография], Т.1, т.2. /Л.И. Седов – Москва: Наука. – 1984.
8. Низамова, А.Д. Исследование собственных функций возмущения поперечной составляющей скорости потока термовязких жидкостей / А.Д. Низамова, В.Н. Киреев, С.Ф. Урманчев //Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова. – 2019. – №2. – С. 132–137
9. Fletcher C.A. Computation Techniques for Fluid Dynamics [монография]. /C.A. Fletcher – Berlin: Springer-Verlang. – 1988. – 502 p.
10. Тукмаков, Д.А. Способ увеличения интенсивности колебаний газа, генерируемых в акустическом резонаторе/Д.А. Тукмаков //Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2014. – №3. – С.79-82.
11. Тукмаков, Д.А. Увеличение интенсивности колебаний газа в акустическом резонаторе./Д.А. Тукмаков//Инженерно-физический журнал. – 2015. – №3. – С.638-641.
12. Тукмаков, Д. А. Конечно-разностная модель динамики гомогенной смеси в применении к исследованию распространения и отражения ударной волны большой интенсивности в водородно-воздушной среде /Д.А. Тукмаков// Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2020. – № 1. – С. 86–97.
13. Рыжков, И.И. Групповые свойства и точные решения модели вибрационной конвекции бинарной смеси/ И.И. Рыжков, И.В.Степанова// Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – №4. – С. 72-83.
14. Голуб, В.В. Применение детонации водородовоздушной смеси в устройствах для безыгольной инъекции/ В.В. Голуб, Т.В. Баженова, Д.И. Бакланов, К.В. Иванов, М.С. Кривокорытов // Теплофизика высоких температур. –2013. – №1. – С.147-150.
15. Володин, В.В. Роль отдельных механизмов неустойчивости пламени в водородно-воздушной смеси/В.В. Володин, В.В. Голуб, А.Е. Ельянов, А.Е. Коробов А.Е., А.Ю. Миклушкин//Вестник объединенного института высоких температур. – 2018. – № 1. – С. 78-81.
16. Тукмаков, Д.А. Численное исследование влияния свойств газовой составляющей взвеси твердых частиц на разлет сжатого объема газозвеси в двухкомпонентной среде/Д.А. Тукмаков// Инженерно –физический журнал. – 2020. – №2. – С. 304-310.
17. Тукмаков, А.Л. Динамика заряженной газозвеси с начальным пространственно неравномерным распределением средней плотности дисперсной фазы при переходе к равновесному состоянию / А.Л. Тукмаков, Д.А. Тукмаков// Теплофизика высоких температур. – 2017. – № 4. – С. 509-512.
18. Тукмаков, А.Л. Численное моделирование дрейфа твердых частиц при резонансных колебаниях газа в открытом канале /А.Л. Тукмаков //Акустический журнал. – 2009. – № 2. – С. 247-255.
19. Boulet, P. Influence of the particle – turbulence modulation modelling in the simulation of a non- isothermal gas-solid flow. / P.Boulet, S. Moissete // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2002. – Volume 45. – Issue 20. – P. 4201-4216.

20. Su, Yaxin Experimental study on the gas- solid suspension flow in a square cyclone separator. / Su Yaxin, Mao Yury // Chemical Engineering Journal. – 2006. – Volume 121. – Issue 1. – P. 51-58.
21. Шваб, А.Б. Численные исследования закрученного турбулентного течения в сепарационной зоне воздушно-центробежного классификатора/ А.Б. Шваб, П.Н. Зятиков, Ш.Р. Садретдинов, А.Г. Чепель // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – №2. – С. 174-181.
22. Баянов, И.М. Моделирование динамики двухфазного потока в сепараторе / И.М. Баянов, Ю.Ф. Гортышов, В.Г. Тонконог, М.И. Тонконог // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2013. – № 4. – С. 34-42.
23. Каргушинский, А.И. Численное моделирование двумерной вертикальной двухфазной турбулентной струи / А.И. Каргушинский, Э.Э. Михаелидис, Ю.А. Руди, С.В. Туслер, И.Н. Щеглов // Механика жидкости и газа. – 2012. – №6. – С. 99-108.
24. Девис, С.Л. Дисперсия облака частиц в ударной волне. Влияние формы, угла поворота и геометрических параметров облака на динамику потока и дисперсию/ С.Л. Девис, Т.Б. Дитман, Д.Б. Якобс, В.С. Дон // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – №6. – С.45-58.
25. Емельянов, В.Н. Околосопловые двухфазные течения / В.Н. Емельянов, И.В. Якимов // Химическая физика и спектроскопия. – 2006. – №3. – С.287-294.
26. Gubaidullin, D.A. Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices /D.A. Gubaidullin, P. P. Osipov, A.A. Abdushev // Applied Mathematical Modelling. – 2021. – V. 92. –P. 785-797.
27. Пахомов, М.А. Влияние испарения капель на структуру течения и теплообмен в ограниченном закрученном газокapельном потоке за его внезапным расширением/ М.А. Пахомов, В.И. Терехов // Теплофизика и аэромеханика. – 2018. – №6. – С.865-875.
28. Шагапов, В. Ш. Уединенные волны в газожидкостной пузырьковой смеси /В.Ш. Шагапов, М.Н. Галимзянов, У.О. Агишева // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2020. – №2. – С. 232-240.
29. Дикалюк, А.С. Численное моделирование разреженной пылевой плазмы в нормальном тлеющем разряде/ А.С. Дикалюк, С.Т. Суржиков // Теплофизика высоких температур. – 2012. – № 5. – С. 611-619.
30. Tada Y. , Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field/ Y. Tada, S. Yoshioka, A. Takimoto, Y. Hayashi // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Volume 93. – P. 778-787.
31. Кутушев, А.Г. Взаимодействие слабых ударных волн со слоем порошкообразной среды // А.Г. Кутушев, С.П. Родионов // Физика горения и взрыва. – 2000. – №3. – С. 131-140.
32. Федяев, В.Л., Осипов П.П., Беляев А.В., Сироткина Л.В. Нагрев и плавление насыпных кусковых материалов / В.Л. Федяев, П.П. Осипов, А.В. Беляев, Л.В. Сироткина // Вестник самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2018. – №2. – С. 174-182.
33. Михайленко, К. И. Математическое моделирование скоростной неравномерности потока газа за пористой преградой /К.И. Михайленко, В.С. Кулешов //Вычислительные технологии. – 2015. – №6. – С.46-58.
34. Покусаев, Б.Г. Исследование равновесной скорости звука парожидкостной среды с зернистым слоем с учетом теплофизических свойств засыпки / Б.Г. Покусаев, Э.А. Таиров, Е.В. Таирова, Д.А. Некрасов, С.А. Васильев // Известия МГТУ МАМИ. – 2012. – №2. – С.47-55.
35. Деснев, А.Н. Моделирование температурного поля в массиве кучи измельченной древесины / А.Н. Деснев, В.Ю. Тюрников, Г.Ф. Прокофьев // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. – 2019. – № 6. – С. 213-223.
36. Брагов, А.М. Экспериментальное исследование деформационных свойств насыпного слоя из свинцовых шариков при динамическом и квазистатическом нагружении / А.М. Брагов, А.Ю. Константинов, А.В. Кочетков, И.А. Модин, А.О. Савихин // Вестник пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – №4. – С. 16-27.
37. Тишанинов, Н.П. Теоретические предпосылки поиска резервов управления процессами триерной очистки зерносмесей / Н.П. Тишанинов, А.В. Анашкин // Наука в центральной России. – 2014. – №6. – С.28-38.
38. Олейник, В.С. Анализ конструкций вибрационных смесительных машин/ В.С. Олейник, К.Н. Фигура, Э.А. Мальцев, В.Н. Воронович // Механика XXI века. – 2018. – № 17. – С.122-124.
39. Черкашина, Н.И. Математическое описание очистки жидких технологических сред на примере СВО-5/ Н.И. Черкашина, А.О. Литвинова, Н.А. Попов // Энергетические установки и технологии, 2018, № 1, С. 112-116.
40. Козлов, А. Создание матриц для искусственных тканей на основе полимерных микросфер диаметром 6-60 мкм/ А. Козлов, И. Грицкова, С. Гусев // Фотоника. – 2011. – №6. – С.40-45.

Работа выполнялась в рамках государственного задания ФИЦ КазНЦ РАН.

*Статья поступила в редакцию 27.04.2021
Статья принята к публикации 16.06.2021*