

УДК 67.08

DOI: 10.46548/21vek-2022-1158-0009

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПРОГИБА ОСИ РОТОРА ДИСПЕРГАТОРА  
ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ**

© Автор(ы) 2022

SPIN: 9220-0752

AuthorID: 254439

ORCID: 0000-0001-6623-7228

**АВРОРОВ Валерий Александрович**, доктор технических наук, профессор кафедры «Пищевые производства»  
*Пензенский государственный технологический университет*  
(440028, Россия, г.Пенза, пр. Байдуклова/ул.Гагарина, 1а/11, e-mail: v\_avrorov@bk.ru)

SPIN: 8595-4447

AuthorID: 839997

ORCID: 0000-0003-3506-3303

**МУРАШКИНА Оксана Александровна**, старший преподаватель кафедры «Пищевые производства»  
*Пензенский государственный технологический университет*  
(440028, Россия, г.Пенза, пр. Байдуклова/ул.Гагарина, 1а/11, e-mail: xenian13@yandex.ru)

SPIN: 4884-0473

AuthorID: 839818

ORCID: 0000-0001-7952-359X

**САРАФАНКИНА Елена Александровна**, старший преподаватель кафедры «Пищевые производства»  
*Пензенский государственный технологический университет*  
(440028, Россия, г.Пенза, пр. Байдуклова / ул.Гагарина, 1а/11)

**Аннотация.** Роторный узел высокоскоростного диспергатора жидких неоднородных сред по условиям работы относится к наиболее нагруженным узлам и определяет ресурс диспергатора, который во многом зависит от масштабного фактора, величины и условий приложения нагрузок, назначенных при конструировании этого узла. В данной статье для предварительной оценки возможной величины прогибов оси ротора при заданных ее размерах и величине прилагаемой нагрузки были использованы численные методы проверочного расчета, применяемые в инженерной практике. Установлено, что величина прогиба оси, определенная тремя различными методами расчета практически одинакова, ее численное значение мало и не может оказать отрицательного влияния на ресурс роторного узла. Принятые для действующей модели размеры роторного узла могут быть применены при проектировании промышленного образца диспергатора.

**Ключевые слова:** высокоскоростной роторный диспергатор, роторный узел, ось ротора, изгибная жесткость оси, внешние нагрузки, прогибы оси, численные методы расчета прогибов.

**DETERMINATION OF THE DEFLECTION VALUE OF THE ROTOR AXIS OF A HIGH-SPEED  
DISPERSANT BY NUMERICAL METHODS**

© The Author(s) 2022

**AVROROV Valery Alexandrovich**, doctor of technical sciences, professor of the department of "Food production"

**MURASHKINA Oxana Aleksandrovna**, senior lecturer of the department of "Food production"

**SARAFANKINA Elena Aleksandrovna**, master, senior lecturer of the department "Food production"

*Penza State Technological University*

(440028, Russia, Penza, pr. Baidukova/Gagarin st. 1a/11, e-mails: v\_avrorov@bk.ru, xenian13@yandex.ru)

**Abstract.** The rotary unit of a high-speed dispersant of liquid inhomogeneous media, according to operating conditions, belongs to the most loaded units and determines the resource of the dispersant, which largely depends on the scale factor and the conditions of application of loads taken into account when designing this unit. In this article, numerical methods of verification calculation used in engineering practice were used for a preliminary assessment on the current dispersant model of the possible deflection of the rotor axis at its specified dimensions and the magnitude of the applied load. It is established that the value of the deflection of the axis determined by three different calculation methods is almost the same, its numerical value is small and cannot have a negative impact on the resource of the dispersant. The accepted dimensions of the rotary dispersant assembly are recommended to be used in the design of an industrial sample of the dispersant.

**Keywords:** high-speed rotary disperser, rotary assembly, rotor axis, bending stiffness of the axis, external loads, deflections of the axis, numerical methods for calculating deflections.

**Для цитирования:** Авров В.А. Определение величины прогиба оси ротора диспергатора численными методами / В.А. Авров, О.А. Мурашкина, Е.А. Сарафанкина // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2022. – Т. 11. – № 2(58). – С. 55-58. – DOI 10.46548/21vek-2022-1158-0009.

**Введение.** В инженерной практике для определения величин прогибов ступенчатых валов и осей переменного сечения под действием внешних нагрузок широко используются численные методы расчета, в частности: метод конечных разностей, конечных элементов или базисных вариаций и др. [1-7]. Эти методы позволяют заменить дифференциальное уравнение изгибной жесткости оси или вала более простыми алгебраическими уравнениями, дающими приближенную оценку величины прогиба в выбранных узловых точках, достаточную для принятия решения при назначении размеров элементов осей и валов при

их проектировании.

Для диспергирования жидких неоднородных сред в отраслях промышленности используются различные технические устройства от известных клапанных гомогенизаторов, осевых и центробежных форсунок до роторных диспергаторов и устройств [8-16].

Для ультратонкого диспергирования жидких неоднородных дисперсных систем, таких как пищевые и другие эмульсии и суспензии, был предложен один из вариантов исполнения роторного диспергатора со скоростями вращения ротора до  $10^5$  и более  $\text{мин}^{-1}$  (рис. 1) [17].

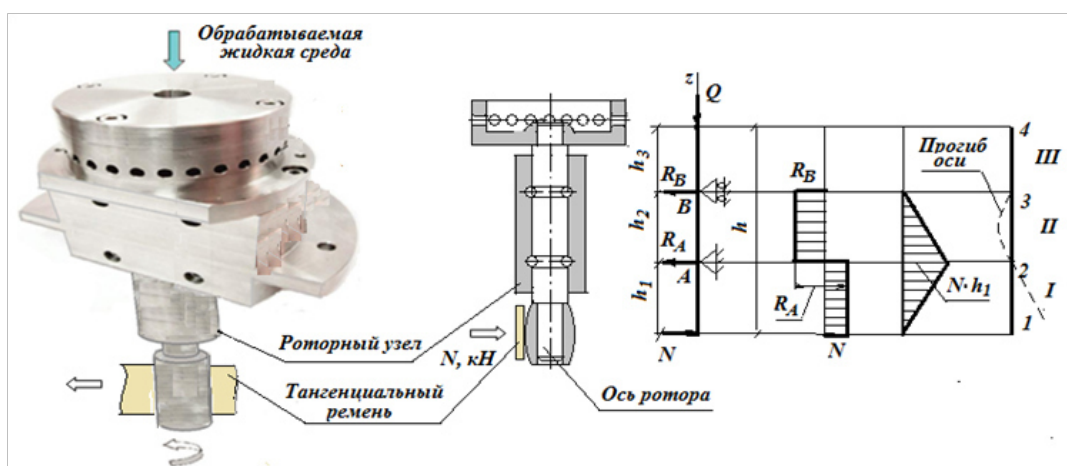


Рисунок 1 – Вариант конструктивного исполнения диспергатора и эпюры поперечных сил и изгибающих моментов оси ротора

В ранее проведенных нами работах [18-22] были исследованы гидродинамические параметры процесса диспергирования эмульсий и суспензий и определены рациональные технологические характеристики роторного диспергатора. В связи с тем, что элементы диспергатора во время работы на высоких скоростях вращения будут испытывать, кроме того, существенные механические нагрузки, необходимо провести оценку влияния этих нагрузок на работоспособность этих элементов.

При работе диспергатора наиболее нагруженным его узлом будет являться роторный узел, содержащий ось ротора, установленную в двух шариковых опорах, чашу и приводной шкив. На ось ротора в зависимости от варианта конструктивного исполнения приводного шкива диспергатора, кроме сил инерции, будут воздействовать радиальная сила давления от тангенциального приводного ремня или сила натяжения от охватывающих шкив ветвей гибкой связи, которые могут привести к недопустимым прогибам оси. Кроме того, на ось также может воздействовать осевая сила, величина которой будет зависеть от массы чаши и ее содержимого.

**Методология.** Целью данной статьи являлась предварительная оценка возможных прогибов оси ротора на действующей модели диспергатора для уточнения ее размеров с позиций обеспечения необходимой изгибной жесткости.

Для варианта исполнения шкива с бочкообразным

профилем сосредоточенная сила нормального давления  $N$  от ремня будет вызывать изгибающий момент равный  $M_{изг} = Nh_l$ .

Геометрические размеры оси действующей модели роторного узла и приложенные к ней внешние нагрузки:

- длина оси  $l = 120$  мм;
- длина консолей оси 40 мм;
- расстояние между подшипниковыми опорами 40 мм;
- диаметр участков оси 8 и 10 мм;
- сила нормального давления на ось от тангенциального ремня  $N = 0,1$  кН;
- сила осевого давления на ось со стороны чаши  $Q = 0,4$  кН;
- модуль упругости материала оси ротора  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- изменение момента инерции поперечного сечения оси ротора относительно координатной оси  $Ox$   $I_x = (l+z)(l-z) \cdot 10^{-6}$ ,  $\text{м}^4$ .

**Результаты.** Определение величины прогиба оси ротора методом конечных разностей. Уравнение для изогнутой оси ротора

$$\frac{d}{dz} \left( EI(z) \frac{dv(z)}{dz} \right) + Qv(z) = -M_x^N(z) \quad (1)$$

где  $EI(z)$  – изгибная жесткость оси, как функция от ее длины,  $\text{кН} \cdot \text{м}^2$ ;  $v$  – величина прогиба оси под действием изгибающего момента, м;  $M_x^N(z)$  – изгибающий момент, действующий на ось от силы

нормального давления  $N$ , кН·м;  $Qv(z)$  – изгибающий момент от силы осевого давления  $Q$ , кН·м.

При использовании метода конечных разностей решение задачи заключается в поиске функции прогиба  $v(x,y)$  дифференциального уравнения (1) заменяющими ее численными значениями функции  $\bar{v}(x,y)$  в нескольких узловых точках [2,5].

Для этого разобьем ось на три равных участка I, II, III, границы участков (узловые точки) пронумеруем (1, 2, 3, 4), и значения прогибов оси будем искать для этих участков

При постоянной длине участков  $h_i = \text{const}$  имеем

$$\frac{d}{dz} \left( EI(z) \frac{dv(z)}{dz} \right) \approx \frac{1}{h^2} (EI_i(v_{i+1} - v_i) - EI_{i-1}(v_i - v_{i-1})). \quad (2)$$

В этом случае линейный аналог искомой задачи запишется как

$$\begin{cases} \frac{1}{h^2} (EI_1 \cdot v_1 - (EI_1 + EI_2)v_2 + EI_2 v_3) + Qv_1 = 0 \\ \frac{1}{h^2} (EI_2 v_2 - (EI_2 + EI_3)v_3 + EI_3 v_4) + Qv_2 = M_2^N \\ v_3 = 0 \\ v_4 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Изгибная жесткость участков оси при заданных размерах и нагрузках будет равна  $EI_1 = 2,8 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ;  $EI_2 = 2,16 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ;  $EI_3 = 0,88 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ .

Подставив исходные данные, находим из первых двух уравнений системы (3) величины прогибов для участков оси ротора 1-2 и 2-3.

$$v_{1-2} = 1,05 \cdot 10^{-4} \text{ м}; v_{2-3} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

**Определение величины прогибов оси ротора методом базисных вариаций.** Вектор прогибов оси ротора при использовании данного метода представляется в виде линейной комбинации единичных векторов  $e^{(j)}$  с коэффициентами  $v_j$  [7]:

$$\bar{v} = \sum_{j=1}^N v_j e^{(j)}, \quad (4)$$

где  $N$  – количество элементов в векторах  $\bar{v}$  и  $e^{(j)}$ .

Для нашего случая система линейных уравнений для нахождения величины прогиба оси.

$$\begin{cases} \tilde{a}_{11} \bar{v}_1 + \tilde{a}_{12} \bar{v}_2 + \tilde{a}_{13} \bar{v}_3 + \tilde{a}_{14} \bar{v}_4 = \tilde{b}_1 \\ \tilde{a}_{21} \bar{v}_1 + \tilde{a}_{22} \bar{v}_2 + \tilde{a}_{23} \bar{v}_3 + \tilde{a}_{24} \bar{v}_4 = \tilde{b}_2 \\ \tilde{a}_{31} \bar{v}_1 + \tilde{a}_{32} \bar{v}_2 + \tilde{a}_{33} \bar{v}_3 + \tilde{a}_{34} \bar{v}_4 = \tilde{b}_3 \\ \tilde{a}_{41} \bar{v}_1 + \tilde{a}_{42} \bar{v}_2 + \tilde{a}_{43} \bar{v}_3 + \tilde{a}_{44} \bar{v}_4 = \tilde{b}_4 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $\tilde{a}_{ij} = k_i k_j a_{ij}$ ,  $\tilde{b}_i = k_i (-M_x^N)$ ;  $M_x^N$  – значение внутреннего изгибающего момента определяется из эпюры (рис.1).

Имеем

$$\tilde{a}_{11} = a_{11} = (Le^{(1)})_1 = \frac{2,8}{0,04^2} + 0,4 = 1750,4$$

$$\tilde{a}_{12} = a_{12} = (Le^{(2)})_1 = \frac{-2,16 - 2,8}{0,04^2} = -3100$$

$$1750,4 v_1 - 3100 v_2 = 0$$

$$\tilde{b}_2 = -M_2^N = -0,08.$$

$$1350 v_2 = -0,08.$$

Откуда величина прогибов оси на участках 1-2 и 2-3 оси равна

$$v_{1-2} = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ м}; v_{2-3} = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

**Определение величины прогибов оси ротора методом конечных элементов.** Функционал, соответствующий уравнению изогнутой оси ротора под действием внешней нагрузки, выражается формулой:

$$\mathcal{E}(v) = \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} \left[ EI(z) \left( \frac{d^2 v}{dz^2} \right)^2 \right] - M_x^N(z) \right\} dz \quad (6)$$

и в матричной форме для  $i$ -го элемента оси ротора запишется как [4,6]

$$\mathcal{E}_i(v_i) = \frac{1}{2} (A_i \bar{v}_i) - (\bar{F}_i, \bar{v}_i). \quad (7)$$

В данной задаче выделено три конечных элемента, и общая жесткость оси определяется объединением жесткостей этих элементов (рис. 2).

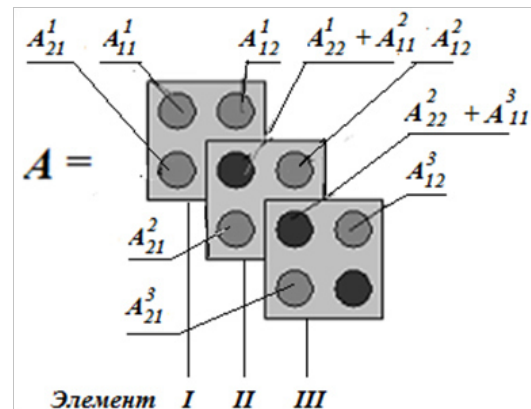


Рисунок 2 – Иллюстрация к определению матрицы общей жесткости оси ротора из жесткостей отдельных элементов

Ожидаемая величина прогибов оси на участках 1-2 и 2-3 при  $EI_1 = 2,8 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ,  $EI_2 = 2,16 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ,  $EI_3 = 0,88 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$  будет соответственно равна  $v_{1-2} = 1,048 \cdot 10^{-4} \text{ м}$  и  $v_{2-3} = 5,93 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ .

**Обсуждение.** Сравнительный проверочный расчет ожидаемой величины прогибов оси ротора, проведенный численными методами, показал, что величина прогибов оси при принятых конструктивных размерах и внешних нагрузках практически одинакова и вследствие своей малости не может оказать решающего влияния на процесс диспергирования и ресурс роторного узла при работе на частотах вращения до  $10^5 \text{ мин}^{-1}$ .

**Выводы.** Основные базовые размеры роторного узла могут быть использованы при проектировании экспериментального образца высокоскоростного роторного диспергатора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие. – Томск: STT, 2016. – 44 с.
2. Ковеня В.М., Чирков Д.В. Методы конечных разностей и конечных объемов для решения задач математической физики: учебное пособие. – Новосибирск, 2013. – 86 с.
3. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов: учебное пособие. – М: МГУ, 2010. – 264 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Пер. с англ. – М: Мир. 1975.
5. Шишановский А.О., Путятю А.В. Применение метода

конечных разностей в решении задач прикладной механики.  
– Гомель: БГУТ, 2008. – 61 с.

6. Фокин В.Г. Метод конечных элементов в механике деформируемого тела. Учебное пособие. – Саратов: СГТУ, 2010. – 31 с.

7. Золотов А.Б., Сидоров В.Н. Метод базисных вариаций для численного решения краевых задач // Вестник МГСУ, №3, 2006. – С. 122-128.

8. Пажи Д. Г., Галузов В. С. Основы техники распыливания жидкостей // Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии. – М.: Химия, 1984. – 324 с.

9. Пажи Д. Г., Корягин А. А., Ламм Э. Л. Распыливающие устройства в химической промышленности. – М: Химия, 1975. – 200 с.

10. Иванов А.В., Смирнов Ю.Д., Капранов И.Е. Исследование процессов диспергирования жидкости при работе форсунок пылеподавления. Гидрология Ученые записки, № 25. – НМСУ, «Горный». – С. 26-34.

11. V. Kulkarni, D. Sivakumar, C. Oommen and T.J. Tharakan, 11. 2010, «Liquid Sheet Breakup in Gas-Centered Swirl Coaxial Atomizers», ASME J. Fluids Eng., 132, pp. 62-68.

12. Хафизов Ф.Ш., Афанасенко В.Г., Боев Е.В. Разработка конструкции устройства для диспергирования жидкости и методики расчета его основных параметров. / Анализ и синтез машин. – Уфа: УГНТУ, 2008. – С. 48-54.

13. Коровина Н.В.. Создание аэрозольных сред с помощью автономных распылительных устройств, их эволюция и распространение в замкнутых объемах / Дисс. на соискание учен. степени канд. физ. мат. наук. – Бийск, 2014. – 119 с.

14. Гельфанд Б. Е., Сильников М. В., Такаяма К. Разрушение капель жидкости. – СПб: Изд-во политехн. ун-та, 2008. – 307 с.

15. Ермолаев В. В., Кустов О. П., Андреев А. П. Влияние поверхностно активных веществ (ПАВ) на воду при распыливании через центробежную форсунку // Трубопроводная арматура и оборудование. – 2006. – №1(22) – С. 84-86.

16. Кудряшова О.Б., Ворожцов Б.И., Ишматов А.Н., Ахмадеев И.Р., Сакович Г.В. Взрывная генерация высокодисперсных жидкокапельных аэрозолей и их эволюция // Инженерно-физический журнал. – 2010. – Т. 83, № 6. – С. 1084-2004.

17. Авровов В.А., Авровов Г.В. Центрифуга. Патент РФ № 2422213, В04В5/12. 2009.

18. Авровов В.А. О высокоскоростном роторном диспергировании жидких сред // Химическое и нефтегазовое машиностроение, 2019, №10. – С. 12-14.

19. Авровов В.А. Анализ движения жидкости в зазоре между ротором и статором высокоскоростного диспергатора // Химическое и нефтегазовое машиностроение, 2020, №2. – С. 12-14.

20. Авровов В.А. Анализ движения жидкой среды в отверстиях ротора и статора // Химическое и нефтегазовое машиностроение, 2019, №12. – С. 6-9.

21. Авровов В.А. О возможности измельчения твердых частиц дисперсной фазы суспензии в высокоскоростном роторном диспергаторе // Химическое и нефтегазовое машиностроение, №6, 2020 – С.40-41.

22. Авровов В.А. О возможности измельчения частиц дисперсной фазы эмульсии в высокоскоростном роторном диспергаторе // Химическое и нефтегазовое оборудование. №7, 2020. – С.6-7.

*Статья поступила в редакцию 16.04.2022*

*Статья принята к публикации 20.06.2022*