

УДК 664.9.022

DOI: 10.46548/21vek-2020-0950-0015

ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ ПРОФИЛЯ НОЖА ДЛЯ РЕЗАНИЯ РЫБЫ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАЛЬНОГО ТРЕНИЯ

© 2020

Агеев Олег Вячеславович, кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры «Пищевые и холодильные машины»
Наумов Владимир Аркадьевич, доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Водные ресурсы и водопользование»
Фатыхов Юрий Адгамович, доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Пищевые и холодильные машины»
*Калининградский государственный технический университет,
(236022, Россия, Калининград, Советский проспект, 1,
e-mails: oleg.ageev@klgtu.ru, van-old@rambler.ru, yuriy.fatyhov@klgtu.ru)*

Аннотация. Показана актуальность оптимизации профиля ножа для обеспечения ресурсосбережения при резании рыбы. Механическое поведение мышечной ткани сырья соответствует реологической модели Максвелла-Томсона и описывается дифференциальным уравнением Кельвина. При моделировании формы криволинейной фаски ножа использован многочлен третьей степени. Шероховатая поверхность граней приближенно представлена в виде периодической функции с одной гармоникой. На основе выражения для безразмерного контактного давления определена безразмерная деформационная сила трения. В результате численного решения оптимизационной задачи получены значения оптимального половинного угла заточки ножа, при котором обеспечиваются минимальные затраты энергии на деформационную составляющую трения при движении ножа в мышечной ткани рыбы. Установлены зависимости указанного оптимального угла от безразмерной скорости резания, угла сопряжения граней, безразмерной половинной толщины ножа и меры эластичности рыбы. Оптимальный угол существенно зависит от безразмерной половинной толщины ножа и угла сопряжения граней, а также немонотонно зависит от безразмерной скорости с явно выраженным минимумом. Показано, что при резании рыбы ножом с минимальным углом сопряжения граней оптимальный половинный угол заточки находится в диапазоне 23-27 градусов, что примерно на 3-5 градусов больше оптимального угла, определенного ранее по критерию минимальной силы сопротивления формы.

Ключевые слова: рыба, резание, сила, трение, оптимизация, профиль, нож, грань, реология, вязкоупругость

THE APPROACH TO KNIFE PROFILE OPTIMIZATION FOR FISH CUTTING BY MINIMAL FRICTION CRITERIA

© 2020

Ageev Oleg Viatcheslavovich, candidate of technical sciences, associate professor,
associate professor of the department of «Food and Refrigeration Machines»
Naumov Vladimir Arkadieievich, doctor of technical sciences, professor,
chairman of the department of «Water Resources and Water Management»
Fatykhov Yuriy Adgamovich, doctor of technical sciences, professor,
chairman of the department of «Food and Refrigeration Machines»
*Kaliningrad State Technical University,
(236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky prospect, 1,
e-mails: oleg.ageev@klgtu.ru, van-old@rambler.ru, yuriy.fatyhov@klgtu.ru)*

Abstract. The relevance of the knife profile optimization to ensure resource saving during fish cutting has been shown. The mechanical behavior of the muscle tissue of the raw material corresponds to the Maxwell-Thomson rheological model and by the Kelvin differential equation is described. When modeling the shape of a knife curved facet, a third degree polynomial has been used. The rough surface of the facets has been approximately represented as a periodic function with one harmonic. Based on the expression for the dimensionless contact pressure, the dimensionless deformation friction force has been determined. As a result of a numerical solution of the optimization problem, the values of the optimal half angle of knife sharpening have been obtained, at which the minimum energy consumption for the deformation component of friction when the knife moves in the muscle tissue of the fish is provided. The dependences of the indicated optimum angle on the dimensionless cutting speed, the angle of mating of the edges, the dimensionless half thickness of the knife, and the measure of elasticity of the fish have been established. The optimal angle substantially depends on the dimensionless half thickness of the knife and the angle of conjugation of the edges, and also monotonously depends on the dimensionless speed with a pronounced minimum. It was determined that when cutting fish with a knife with a minimum mating angle of the edges, the optimal half sharpening angle is in the range of 25-28 degrees, which is about 3-5 degrees more than the half sharpening angle, optimal according to the criterion of the minimum shape resistance force.

Keywords: fish, cutting, force, friction, optimization, profile, knife, edge, rheology, viscoelasticity

Введение. При резании рыбы на рабочий орган действуют силы полезных и вредных сопротивлений. Силами вредных сопротивлений являются силы сопротивления формы ножа, а также деформационные силы трения. С целью обеспечения ресурсосбережения на производстве необходимо минимизировать силы трения, действующие на наклонную фаску ножа и его боковые грани. Одним из путей сокращения энергетических потерь на трение является оптимизация формы профиля режущего органа при его проектировании. Это предполагает наличие математических моделей процесса резания рыбы, позволяющих определить деформационные силы трения в зависимости от геометрии ножа, структурно-реологических свойств мышечной ткани, а также от скорости резания. В работе [1] на основе таких моделей поставлена и решена задача по определению оптимальной геометрии элементарного ножа, в результате чего рассчитаны параметры профилей наклонных граней режущего органа, при которых сила сопротивления формы минимизируется. Дальнейшим необходимым этапом является определение геометрии ножа, обеспечивающей минимальные потери на трение при резании рыбы.

Подходы к оптимизации профилей режущих органов активно разрабатываются отечественными и зарубежными исследователями. В статье [2] исследовано резание пищевых сред при больших скоростях и проанализированы реактивные силы сопротивления материала сжатию и изгибу. В работе [3] найдены зависимости затрат энергии и качества поверхности среза от угла заточки лезвия. В исследовании [4] разработан конечно-элементный подход к анализу

процесса резания вязкоупругого пищевого материала и рассмотрены режущие органы с различной геометрией. В статьях [5, 6] рассмотрены режимы «скользящего» резания и найдены наилучшие углы заточки ножей, обеспечивающие снижение энергозатрат при обработке. Вместе с тем, принимая во внимание значимость известных работ, в пищевой отрасли требуется расчет наилучшей формы ножа, обеспечивающей снижение деформационных сил трения и экономию энергоресурсов.

Целью настоящей работы является аналитический расчет силы трения, возникающей при взаимодействии пищевого материала с криволинейными фасками лезвия, а также определение наиболее выгодного угла заточки ножа для резания рыбы, при котором снижаются потери на трение.

Материалы и результаты исследования. В работе [7] определен вид реологической модели и соответствующие ей реологические константы, описывающие механическое поведение рыбного сырья. Показано, что по результатам проведенных экспериментальных исследований возможно приближенно описать состояние деформируемого материала дифференциальным уравнением Кельвина [8].

Настоящая работа является дальнейшим продолжением работы [1] и основана на результатах работы [9], в которой получены математические модели, позволяющие определить деформационную составляющую силы трения. В работе [1], с учетом особенностей алгоритмов аппроксимации в интерполяторах станков с ЧПУ при изготовлении режущих органов, форму профиля ножа предложено описывать в виде рационального многочлена третьей степени:

$$y(x) = \delta \cdot \left(\frac{tg\alpha}{\delta} \cdot x + \left(3 - \frac{h_m}{\delta} \cdot (tg\theta + 2 \cdot tg\alpha) \right) \cdot \frac{x^2}{h_m^2} + \left(\frac{h_m}{\delta} \cdot (tg\theta + tg\alpha) - 2 \right) \cdot \frac{x^3}{h_m^3} \right) \quad (1)$$

где δ – толщина ножа; h_m – высота передней наклонной грани; α – угол заточки лезвия (угол наклона касательной к криволинейной грани ножа в его вершине); θ – угол сопряжения криволинейной фаски с прямой боковой гранью; l – толщина материала в недеформированном состоянии.

На рисунке 1 показана элементарная деформационная сила трения, действующая в точке криволинейной передней грани ножа, а также ее составляющие. Вектор элементарной силы трения dF_2^y в некоторой точке A грани направлен по касательной к грани в рассматриваемой точке. Указанная элементарная сила является векторной суммой ее составляющих (проекций силы на оси прямоугольной системы координат): $d\vec{F}_2^y = d\vec{F}_{2x}^y + d\vec{F}_{2y}^y$. Тангенс угла наклона касательной α_t в произвольной точке A грани OB равен значению производной функции, описывающей форму криволинейной грани: $tg\alpha_t = y'(x)$. Справедливы соотношения: $dF_{2x}^y = dF_2^y \cdot \cos\alpha_t$; $dF_{2y}^y = dF_2^y \cdot \sin\alpha_t$.

В результате деформирования элементарного слоя вязкоупругого материала в точке A_s микронеровности шероховатой поверхности фаски (рис. 2) действует контактное давление $\vec{\sigma}_7$, причиной которого являются

внутренние напряжения в мышечной ткани рыбы. Указанные механические напряжения действуют по нормальным к криволинейной поверхности неровности [10–12]. Вектор $\vec{\sigma}_7$ является перпендикулярным к касательной, проведенной в точке A_s к поверхности микровыступа, форма профиля которого описывается периодической функцией $f_1(s)$ с одной гармоникой [13, 14]. Вектор контактного усилия $\vec{\sigma}_7$ представляет собой результат сложения двух векторов: нормального давления \vec{p}_7 и тангенциального давления \vec{q}_7 : $\vec{\sigma}_7 = \vec{p}_7 + \vec{q}_7$. В точке A_s вектор \vec{p}_7 является проекцией вектора $\vec{\sigma}_7$ на нормаль к линии скольжения материала по криволинейной фаске, а вектор \vec{q}_7 является проекцией вектора $\vec{\sigma}_7$ на линию, являющуюся касательной к фаске в указанной точке. Тангенциальное контактное усилие также разложим на две составляющие: $\vec{q}_7 = \vec{q}_{7x} + \vec{q}_{7y}$. Справедливы соотношения: $q_{7x} = q_7 \cdot \cos\alpha_t$; $q_{7y} = q_7 \cdot \sin\alpha_t$.

Вредное сопротивление движению ножа в материале оказывает встречная сила dF_{2x}^y , которая является проекцией деформационной силы трения dF_2^y на ось Ox . Данную составляющую F_{2x}^y определим в следующем виде [9]:

$$F_{2x}^r = \int_0^{l_r} (f_1'(s) \cdot p_r(s, u) \cdot \cos \alpha_r) ds$$

где l_r – длина грани OB по криволинейной оси координат Os ; u – скорость скольжения материала относительно грани OB по этой же оси.

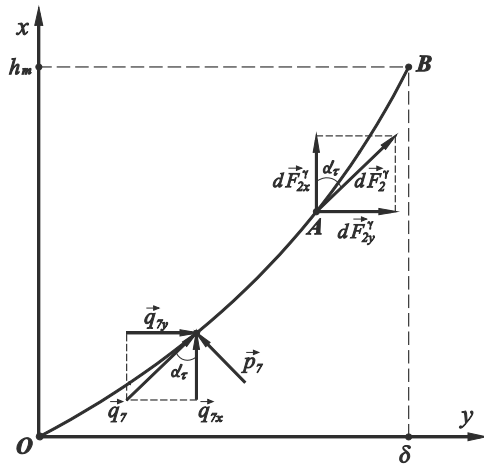


Рисунок 1 – Элементарная деформационная сила трения, действующая в точке криволинейной передней грани и ее составляющие

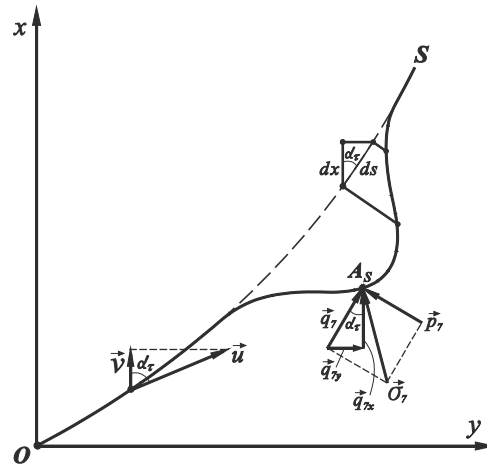


Рисунок 2 – Контактные усилия, действующие в точке микровыступа шероховатой поверхности криволинейной грани

В результате перехода от криволинейной оси координат Os к прямолинейной оси Ox имеем: $f_1'(s) = j_1'(x)$; $p_r(s, u) = m_r(x, v)$; $ds = dx / \cos \alpha_r$. Из (2) находим:

$$F_{2x}^r = \int_0^{h_m} (j_1'(x) \cdot m_r(x, v) \cdot \cos \alpha_r) \frac{dx}{\cos \alpha_r} = \int_0^{h_m} (j_1'(x) \cdot m_r(x, v)) dx \quad (3)$$

Запишем выражение (3) в безразмерном виде:

$$\bar{F}_{2x}^r = \int_0^1 (\bar{j}_1'(\bar{x}) \cdot \bar{m}_r(\bar{x}, \bar{v})) d\bar{x} \quad (4)$$

Выполним переход от криволинейной оси координат Os к прямолинейной оси Ox и определим проекцию \bar{F}_{2x}^r безразмерной деформационной силы трения на ось Ox . Производная функции, описывающей форму профиля ножа, в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$\bar{j}_1'(\bar{x}) = g \cdot \alpha + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \bar{x} + 3 \cdot \zeta_1 \cdot \bar{x}^2 \quad (5)$$

Выразим косинус угла α_r наклона касательной к криволинейной грани ножа:

$$\cos \alpha_r = \frac{1}{\sqrt{1 + g^2 \alpha_r}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\bar{j}_1'(\bar{x}))^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (g \alpha + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \bar{x} + 3 \cdot \zeta_1 \cdot \bar{x}^2)^2}} \quad (6)$$

Связь криволинейной безразмерной координаты \bar{s}_A произвольной точки A грани безразмерной прямолинейной координатой \bar{x}_A этой же точки выглядит следующим образом:

$$\bar{s}_A = \int_0^{\bar{x}_A} \sqrt{1 + (\bar{j}_1'(\bar{x}))^2} d\bar{x} = \int_0^{\bar{x}_A} \sqrt{1 + (g \alpha + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \bar{x} + 3 \cdot \zeta_1 \cdot \bar{x}^2)^2} d\bar{x} \quad (7)$$

Выразим безразмерную скорость скольжения материала \bar{u} по микронеровностям фаски ножа через фактическую v и безразмерную скорость ножа \bar{v} :

$$\begin{aligned} u &= \frac{v}{\cos \alpha_r} = v \cdot \sqrt{1 + (g \alpha + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \bar{x} + 3 \cdot \zeta_1 \cdot \bar{x}^2)^2}; & u &= \bar{u} \cdot \frac{S_0 \cdot (E_0 + E_1)}{\eta}; & v &= \bar{v} \cdot \frac{h_m \cdot (E_0 + E_1)}{\eta}; \\ \bar{u} \cdot \frac{S_0 \cdot (E_0 + E_1)}{\eta} &= \bar{v} \cdot \frac{h_m \cdot (E_0 + E_1)}{\eta \cdot \cos \alpha_r}; & \bar{u} &= \frac{\bar{v}}{\cos \alpha_r} \cdot \frac{h_m}{S_0}; & \bar{u} &= \frac{\bar{v}}{\cos \alpha_r} \cdot \bar{h}_S; \\ \bar{u} &= \bar{v} \cdot \bar{h}_S \cdot \sqrt{1 + (g \alpha + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \bar{x} + 3 \cdot \zeta_1 \cdot \bar{x}^2)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

где E_0 – мгновенный модуль упругости мышечной ткани рыбы; E_1 – модуль высокоэластичности; η – динамическая вязкость; $E_0/E_1 = e_{01}$ – мера эластичности; $\zeta_1 = \left(\frac{3 \cdot \delta}{h_s} - \frac{\delta}{h_s} - \frac{\delta}{h_s} \right)$; $\zeta_2 = \left(\frac{3 \cdot \delta}{h_s} - \frac{\delta}{h_s} - \frac{\delta}{h_s} \right)$.

Выражение для безразмерного контактного давления в точке микровыступа по результатам работы [9] запишем в виде:

$$\bar{p}_7(\bar{s}, \bar{u}) = \frac{J_1}{\bar{u}} \cdot \left\{ \bar{I}_1 \cdot \cos(2\pi \cdot \bar{s}) + \pi \cdot e_{01} \cdot \sin(2\pi \cdot \bar{s}) + \frac{0,5}{\bar{u}} + 2\pi^2 \cdot \bar{u} \cdot \left[1 + e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{s}}{\bar{u}}\right) \right] \right\} \quad (9)$$

$$\text{где } \bar{I}_1 = -\left(\frac{0,5}{\bar{u}} + 2\pi^2 \cdot \bar{u} \cdot (e_0 + 1)\right); J_1 = \frac{\bar{u}^2}{4\pi^2 \cdot \bar{u}^2 + 1}.$$

Форма микровыступа шероховатости описывается следующей безразмерной функцией [9, 13, 14]:

$$\bar{f}_1(\bar{s}) = \sin^2(\pi \cdot \bar{s}); \quad \bar{f}_1'(\bar{s}) = 2\pi \cdot \sin(\pi \cdot \bar{s}) \cdot \cos(\pi \cdot \bar{s}) \quad (10)$$

В результате определим искомую проекцию безразмерной деформационной силы трения на ось Ox :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{2x}' = \int_0^{\bar{l}_y} (\bar{f}_1'(\bar{s}) \cdot \bar{p}_7(\bar{s}, \bar{u}) \cdot \cos \alpha_r) d\bar{s} = \int_0^1 (\bar{f}_1'(\bar{x}) \cdot \bar{m}_7(\bar{x})) d\bar{x} = \int_0^1 2\pi \cdot \sin(\pi \cdot \bar{s}) \cdot \cos(\pi \cdot \bar{s}) \cdot \frac{J_1}{\bar{u}} \\ \times \left\{ \bar{I}_1 \cdot \cos(2\pi \cdot \bar{s}) + \pi \cdot e_{01} \cdot \sin(2\pi \cdot \bar{s}) + \frac{0,5}{\bar{u}} + 2\pi^2 \cdot \bar{u} \cdot \left[1 + e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{s}}{\bar{u}}\right) \right] \right\} d\bar{x} \end{aligned} \quad (11)$$

где безразмерная длина грани \bar{l}_y , криволинейная безразмерная координата \bar{s} и безразмерная скорость \bar{u} выражены через безразмерную координату \bar{x} и безразмерную скорость \bar{v} в соответствии с выражениями (7) и (8).

Предложенная математическая модель (11) позволяет численно рассчитать значения деформационной силы трения при различных величинах угла заточки режущего органа, его угла сопряжения, толщины лезвия, безразмерной скорости ножа и меры эластичности материала. Отметим, что в отличие от результатов работы [1], результат интегрирования выражения (11) не представляется в виде элементарных функций.

Определим значения оптимального половинного угла заточки ножа, с которым обеспечиваются минимальные затраты энергии на деформационную составляющую трения при движении ножа в мышечной ткани рыбы. При заданных значениях меры эластичности e_{01} , безразмерной скорости ножа \bar{v} , безразмерной толщины лезвия $\bar{\delta}$ и угла сопряжения θ представляется возможным определить наиболее выгодный угол заточки α , при котором проекция деформационной силы трения направление движения ножа минимизируется. С этой целью используем зависимость $\bar{F}_{2x}'(\alpha)$ как целевую функцию. Задача по определению оптимального угла заключается в нахождении такого решения $\alpha = \alpha_{22}$, которое доставляет указанной целевой функции глобальный минимум с учетом допустимой области значений α , то есть $\bar{F}_{2x}'(\alpha) \rightarrow \min$. Так как функция $\bar{F}_{2x}'(\alpha)$ является дважды дифференцируемой по α , требуемое условие минимума $d\bar{F}_{2x}'(\alpha)/d\alpha = 0$ позволяет найти значение α_{22} . Величины безразмерной координаты \bar{x}

и безразмерной скорости \bar{v} входят в выражение (11) сложным образом, в результате чего аналитическое решение данной задачи представляется громоздким и неявным. В связи с этим, значения силы $\bar{F}_{2x}'(\alpha)$, производной $d\bar{F}_{2x}'(\alpha)/d\alpha$, а также значения α_{22} , определяющие оптимальный половинный угол заточки ножа при различных параметрах, найдены численными методами на ЭВМ.

Результаты решения рассматриваемой задачи оптимизации изображены на нижеприведенных рисунках. На рисунке 3 приведены зависимости наиболее выгодного угла заточки от безразмерной скорости ножа при различных значениях угла сопряжения и безразмерной половинной толщины лезвия. На рисунках 4, 5 показаны зависимости наилучшего угла заточки от угла сопряжения и безразмерной половинной толщины ножа при различных значениях безразмерной скорости лезвия.

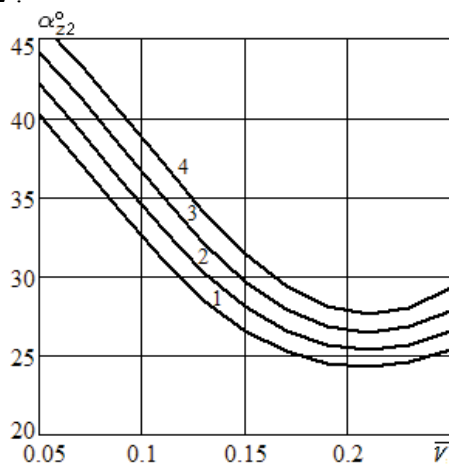
Наряду с вышеизложенным, численным методом рассчитана наиболее выгодная безразмерная половинная толщина ножа $\bar{\delta}_{22}$, при которой проекция деформационной силы трения на направление движения ножа также минимизируется при заданных значениях меры эластичности e_{01} , безразмерной скорости резания \bar{v} , безразмерной половинной толщины ножа $\bar{\delta}$, угла сопряжения θ и угла заточки α .

Рисунок 3 демонстрирует, что оптимальный половинный угол заточки ножа немонотонно зависит от скорости с явно выраженным минимумом. При увеличении угла сопряжения грани значения минимумов оптимального половинного угла заточки возрастают. С повышением безразмерной половинной толщины ножа указанные минимумы также увеличиваются.

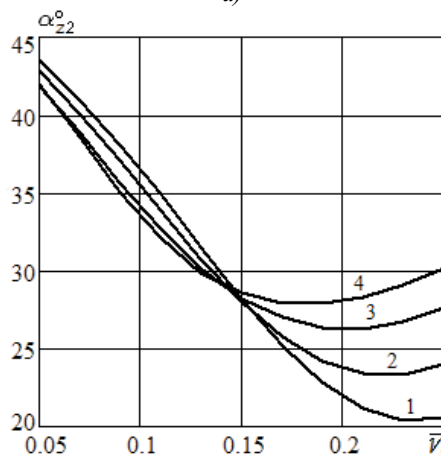
Согласно рисунку 3,а при значениях меры элас-

тичности 5, безразмерной половинной толщины ножа 0,7, угла сопряжения 0° ; 5° ; 10° ; 15° минимальные значения оптимального угла заточки ножа составляют $24,3^\circ$; $25,4^\circ$; $26,5^\circ$; $27,7^\circ$ соответственно и достигаются при значении безразмерной скорости 0,21.

В соответствии с рисунком 3,б при значениях меры эластичности 5, угла сопряжения 5° , безразмерной половинной толщины ножа 0,65; 0,67; 0,72; 0,80 минимальные значения оптимального угла заточки ножа составляют $20,4^\circ$; $23,3^\circ$; $26,3^\circ$; $27,9^\circ$ и достигаются при значениях безразмерной скорости 0,23; 0,22; 0,21; 0,18 соответственно. При заданном значении половинной толщины ножа равном 0,75 и минимальном угле сопряжения оптимальный половинный угол заточки согласно рисунку 3 находится в области $23-27^\circ$. Отметим, что согласно работе [1] диапазон наилучших углов, найденный по критерию минимальной силы сопротивления формы, составляет $17-22^\circ$.



а)



б)

Рисунок 3 – Зависимость наилучшего угла заточки от безразмерной скорости ножа ($e_{01}=5$):

а – при различных значениях угла сопряжения ($\bar{\delta} = 0,70$):

1 – $\theta=0^\circ$; 2 – $\theta=5^\circ$; 3 – $\theta=10^\circ$; 4 – $\theta=15^\circ$;

б – при различных значениях безразмерной половинной толщины ножа ($\theta=5^\circ$):

1 – $\bar{\delta}=0,65$; 2 – $\bar{\delta}=0,67$; 3 – $\bar{\delta}=0,72$; 4 – $\bar{\delta}=0,80$.

Контурный график на рисунке 4 иллюстрирует, что при значении безразмерной скорости 0,2 оптимальный половинный угол заточки увеличивается с ростом угла сопряжения и снижением безразмерной половинной толщины ножа.

Рисунок 5 показывает, что при значениях безразмерной скорости менее 0,14 оптимальный половинный угол заточки снижается с ростом безразмерной половинной толщины.

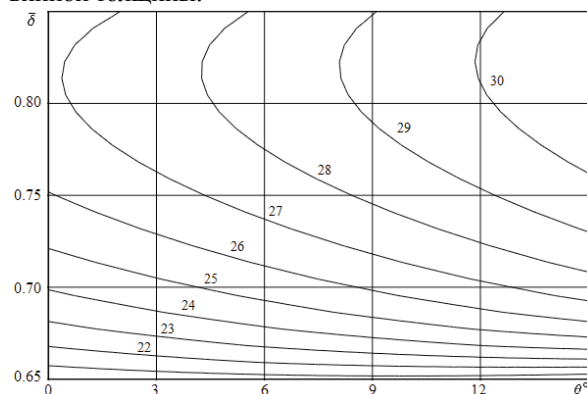


Рисунок 4 – Зависимость наилучшего угла заточки α_{z2} от угла сопряжения и безразмерной половинной толщины ножа ($\bar{v}=0,2$; $e_{01}=5$)

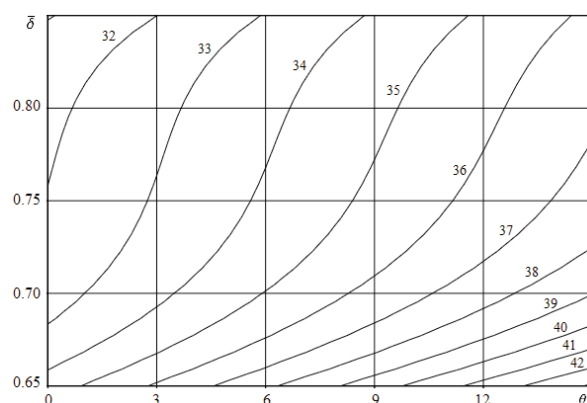


Рисунок 5 – Зависимость наилучшего угла заточки α_{z2} от угла сопряжения и безразмерной половинной толщины ножа ($\bar{v}=0,1$; $e_{01}=5$)

Вывод. Результаты численного моделирования позволяют сделать вывод, что оптимальный половинный угол заточки α_{z2} примерно на $3-5^\circ$ больше угла заточки α_{z1} , определенного в работе [1] по критерию минимальной силы сопротивления формы. Это позволяет выбирать конструктивный угол заточки ножа, при котором одновременно минимизируются силы сопротивления формы и силы трения. В результате решения задач оптимизации представляется возможным задавать при конструировании такую форму профиля режущего органа, при которой существенно снижаются энергетические затраты на резание пищевых продуктов и улучшается качество поверхности среза. При обработке рыбы лезвием с малым углом сопряжения численные значения наиболее выгодных углов заточки расположены в

области 20-25°. Это соответствует результатам экспериментов по рубящему (нормальному) резанию мышечной ткани промысловых видов рыб. Отметим, что в случае скользящего резания фактические углы заточки существенно снижаются вследствие их геометрической и кинематической трансформации, в связи с чем существенно изменяются соответствующие оптимальные конструктивные углы.

Направлением дальнейших исследований является математическое моделирование сил полезных сопротивлений, определение наименьшей допустимой остроты лезвия и соответствующего ей оптимального угла заточки α_{Σ} , а также исследование зависимости качества поверхности среза от скорости обработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Ageev, O.B. Оптимизация формы профиля ножа для ресурсосберегающей первичной обработки рыбы / О.В. Агеев, Ю.А. Фатыхов, Е.Е. Иванова // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. – 2020. – № 1 (373). – С. 77-80.
2. Schuldt S, Schneider Y, Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*, 2018, no. 230, pp. 55-62.
3. Spagnoli A, Brighenti R, Terzano M, Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200-206.
4. Pagani M, Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*, 2015, no. 285, pp. 515-541.
5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, no. 91, pp. 33-45.
6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523-2531.
7. Агеев, О.В. Анализ соответствия реологических моделей структурно-механическим свойствам рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Научный журнал Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. – 2018. – № 2(36). – С. 34-43.
8. Агеев, О.В. Выбор и идентификация реологической модели структурно-механических свойств мышечной ткани рыбы / О.В. Агеев, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Известия Калининградского государственного технического университета. – 2018. – № 49. – С. 75-91.
9. Агеев, О.В. Математическое моделирование силы трения ножа при резании пищевого материала / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Научный журнал Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. – 2019. – № 4(42). – С. 3-17.
10. Горячева, И. Г. Механика фрикционного взаимодействия / И. Г. Горячева. – Москва: Наука, 2001. – 478 с.
11. Солдатенков, И.А. Расчет трения индентора с фактальной шероховатостью о вязкоупругое основание / И.А. Солдатенков // Трение и износ. – 2015. – № 3. – Том 36. – С. 257-262.
12. Федоров, С.В. К исследованию совместимости трущихся поверхностей / С.В. Федоров // Вестник ВНИИЖТ. – 2016. – Т. 75. – № 5. – С. 283-288.
13. Григорьев, А.Я. Физика и микрогеометрия технических поверхностей / А.Я. Григорьев. – Минск: Беларуская навука, 2016. – 247 с.
14. Сутягин А.Н. К вопросу о формировании математической модели трехмерной регулярной шероховатости поверхности после токарной обработки на оптимальных скоростях резания. // Современные материалы, техника и технологии. – 2018. – № 3(18). – С. 29-34.
15. Boisly M, Schuldt S, Kaestner M.G, Schneider Y, Rohm H. Experimental characterisation and numerical modelling of cutting processes in viscoelastic solids. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 191, pp. 1-9.
16. Han P, Che D, Pallav K, Ehmann K. Models of the cutting edge geometry of medical needles with applications to needle design. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012, no. 65, pp. 157-167.
17. Определение усилия со стороны ножа при резании с качением корнеклубнеплодов в измельчителе с горизонтальным вращающимся диском / П.А. Савиных [и др.] // Молочнохозяйственный вестник. – 2016. – № 3(23). – С. 62-75.
18. Popov V.L. Contact Mechanics and Friction. *Physical Principles and Applications* / V.L. Popov. – Berlin: Springer-Verlag GmbH, 2017. – 391 p.
19. Malkin, Ya.A. Rheology: conception, methods, and applications / Ya.A. Malkin, A.I. Isayev. – Toronto: ChemTec Publishing, 2012. – 510 p.
20. Belaasilia Y, Braikat B, Jamal M. High order mesh-free method for frictional contact. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2017, no. 82, pp. 68-78.
21. Belaasilia Y, Timesli A, Braikat B, Jamal M. A numerical mesh-free model for elasto-plastic contact problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2018, no. 94, pp. 103-112.
22. Jadav P.U., Amali R., Adetoro O.B. Analytical friction model for sliding bodies with coupled longitudinal and transverse vibration. *Tribology International*. 2018. no. 126. pp. 240-248.

Статья поступила в редакцию 30.04.2020

Статья принята к публикации 10.06.2020