

УДК 004.021

DOI: 10.46548/21vek-2021-1054-0014

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РИСКА ЗАТОРОВ В ДОРОЖНОЙ СЕТИ

©2021

**Азарченков Андрей Анатольевич**, кандидат технических наук,  
доцент кафедры «Информатика и программное обеспечение»

**Марченков Николай Игоревич**, магистрант кафедры «Информатика и программное обеспечение»  
*Брянский государственный технический университет*  
(241902, Россия, пгт Белые Берега, улица Кирова, 18,  
e-mails: azarchenkova@yandex.ru, nikolai.marchenkov@mail.ru)

**Аннотация.** В статье рассматривается математическая оценка риска заторов в дорожной сети на основе методов теории графов. Целью работы является анализ современных подходов к поиску маршрута с помощью автоматизированных систем и разработка математической модели, которая на выходе давала бы некоторую оценку риска дорожного затора, основанную на учете структурных особенностей дорожной сети и не требующую частого обновления данных об участках дорожной сети. Работы предложенной математической модели сопровождается наглядными примерами, подтверждающими ее практическую эффективность. Алгоритмы модели могут использоваться в задаче поиска оптимального маршрута в дорожной сети между разными парами узлов. Оцениваются преимущества и перспективы совершенствования полученной математической модели.

**Ключевые слова:** граф дорожной сети, дорожный затор, поток транспорта, поиск оптимального маршрута.

## MATHEMATICAL ESTIMATION OF TRAFFIC CONGESTIONS RISKS IN ROAD NETWORK

©2021

**Azarchenkov Andrey Anatolyevich**, candidate of Technical Sciences,  
associate Professor of the Department of Computer Science and Software»

**Marchenkov Nikolay Igorevich**, master's student of the Department of Computer Science and Software»  
*Bryansk State Technical University*

(241902, Russia, Belye Berega, Kirova st., 18, e-mails: azarchenkova@yandex.ru, nikolai.marchenkov@mail.ru)

**Abstract.** The article is devoted to mathematical estimation of traffic congestions risks in road network, based on graph theory methods. The aim of the work is to analyze modern approaches to route search using automated systems and to develop a mathematical model that would give a certain assessment of the risk of traffic congestion, based on the structural features of the road network and does not require frequent updating of data on road network sections. The work of the proposed mathematical model is accompanied by visual examples that confirm its practical effectiveness. The model algorithms can be used in the task of finding the optimal route in the road network between different pairs of nodes. The advantages and prospects of improving the obtained mathematical model are evaluated.

**Keywords:** road network graph, traffic congestion, transport stream, optimal route search.

**Введение.** Заторы на городских дорогах являются актуальной проблемой крупных городов России. Так по данным аналитической компании *INRIX* в 2017г. Каждый водитель в Москве за год стоял в пробках 91 час или примерно четверть общего времени, проведенного за рулем. Также ряд других российских городов вошел в 50 городов мира с наибольшим временем простоя в пробках – Магнитогорск (73 часа), Краснодар (57 часов), Санкт-Петербург (54 часа), Новосибирск (52 часа), Екатеринбург (51 час) и некоторые другие [1]. Заторы несут множество негативных последствий для общества, организаций и лично водителей и пассажиров. Если был выбран маршрут, на котором возник длительный затор, водитель и пассажиры испытывают стресс, увеличивается расход топлива автомобиля, автомобиль быстрее изнашивается, ухудшается экологическая обстановка. Ввиду опозданий сотрудников, а также замедления движения транспорта, находящегося в распоряжении организаций, перемищающегося в нуждах этих организаций, последние несут ущерб [2].

В настоящее время актуальной является задача поиска маршрутов с помощью автоматизированных си-

стем. При этом целесообразно выбирать маршрут так, чтобы учитывать риски заторов: маршрут, чреватый заторами, может быть объективно хуже более длинных (или уступающих по иным критериям) маршрутов, где заторы возникают редко. Решение этой задачи требует разработки математической модели для оценки риска заторов в узлах дорожной сети и является целью данной работы.

**Материалы и результаты исследования.** Подходы к оценке риска заторов на дорогах. Достаточно распространенный на сегодня подход к оценке риска заторов на дорогах основывается на доступе к сервисам, предоставляющим данные о заторах, например, Яндекс.Пробки. Однако реализация этого подхода на практике сталкивается с существенными проблемами, основные из них:

- 1) требуется доступ пользователя к этим данным, что не всегда возможно в пути;
- 2) данные могут резко меняться. Например, пользователь принимает решение о выборе маршрута, но по мере продвижения по этому маршруту сталкивается с тем, что на некоторых участках успели возникнуть заторы;

3) данные не всегда поставляются оперативно самими сервисами. Иногда в пробках сильно падает качество связи, в результате чего автомобилисты, желающие отправить некоторому Интернет-сервису данные о пробке, отправляют сведения, лишь миновав эти пробку;

4) при использовании систем, прокладывающих оптимальные маршруты, остается проблема интерпретации балла, присвоенного затору: балл требуется как-то учесть при построении маршрута.

Альтернативный подход заключается в оценке риска заторов на основе более постоянных данных – структуре дорожной сети и информации о популярности различных участков дорожной сети. Проще говоря, если структура дорожной сети такова, что в некоторых ее точках входящий поток превосходит пропускную способность дорожной сети, то имеется существенный риск затора, как например, в случае участков сужения дороги. Также проблемой могут оказаться и некоторые другие структурные особенности дорожной сети – слияния нескольких участков в одной точке, места изменения характеристик дорог и т.д. [3]. Наконец, проблемой могут быть участки дорожной сети и отдельные подсети с высокой оживленностью движения, например, центральные кварталы городов и дороги около очень востребованных учреждений. Не случайно в некоторых случаях в европейских городах власти прибегают к искусственным мерам по сдерживанию проблемы заторов в подобных местах. В Лондоне с 2003 г. был введен платный въезд в центр города. Платная зона, в которую вошли улицы исторического центра города, включает несколько районов: Сити, Вест-Энд, Вестминстер и Сохо. В Риме введено ограничение доступа автомобилей в центр города с 1994 г. [4].

Именно этот подход на основе априорной оценки рисков заторов положен в основу предлагаемой в данной статье математической модели. Рассматриваемый подход имеет такое преимущество, как возможность с

высокой вероятностью определить «узкие» места дорожной сети без обновления данных о дорожной сети в режиме реального времени.

Заметим, что в различных исследованиях уже уделялось внимание вопросу оценки рисков заторов на основе структурных особенностей и других априорных данных о дорожной сети. Так, К. Даганзо в качестве причин заторов называет сужения и расширения дороги [5], слияния нескольких участков в одной точке, искривления дороги. Например, если есть несколько интенсивных потоков, сходящихся в одном узле, то может формироваться очередь, причем как по одному, так и по нескольким подъездам к слиянию [6, 7]. Однако заторы могут возникать и вне сужений, расширений и слияний дорог, что требуется учитывать при оценке рисков заторов в дорожной сети.

Л.А. Бигаева и А.А. Смирнов в [8] рассматривают модель процесса возникновения заторов на дорогах и факторы, способствующие их возникновению. В модели учитываются такие важные факторы, как протяженность участка дороги, его пропускная способность, ширина, однако, к сожалению, игнорируется такой фактор, как популярность участка дороги. Наконец, участок дороги рассматривается изолированно от других участков, т.е. никак не учитывается ситуация, что это может быть один из участков, сходящихся в одном и том же узле.

**Исходные данные.** Для оценки рисков заторов в дорожной сети требуются данные о самой дорожной сети. В нашем случае будем представлять городскую дорожную сеть в виде ориентированного графа, пример такого графа представлен на рисунке 1. В качестве вершин графа выступают перекрестки, повороты, выезды, тупики, точки смены свойств участка дороги, а в качестве дуг – участки дороги, соответствующие возможности движения по прямой в одну сторону при неизменных дорожных условиях. Преимущества такого принципа и вопросы кодирования дорожных сетей графами обсуждалось в [9-11].

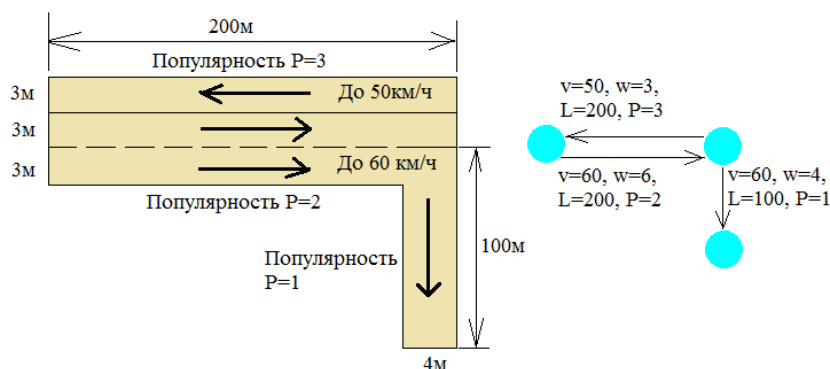


Рисунок 1 – Кодирование дорожной сети в виде графа

На рисунке 1 каждой дуге графа соответствуют некоторая разрешенная (или фактически возможная) скорость движения  $v$ , ширина участка  $w$  (суммарная ширина полос в соответствующую сторону), длина участка  $L$  и значение популярности  $P$ . Для последнего можно либо установить одно из значений от 0 до  $P_{max}$ , где  $P_{max}+1$  – число выбранных нами градаций попу-

лярности, либо основываться на эмпирических данных – например, сколько в среднем автомобилей проходит в будний день в светлое время суток по данному участку. В последнем случае можно взять  $P_{max}=1$ , а значение популярности задать как отношение измеренного показателя к показателю для самого оживленного в сети участка. Если движение между двумя

узлами осуществляется в обе стороны, узлы будут соединяться двумя дугами, их свойства в общем случае могут быть неодинаковыми – например, движению в разные стороны соответствуют разные разрешенные скорости. Сам граф дорожной сети и свойства дуг  $v$ ,  $w$ ,  $L$  отвечают за структуру и свойства дорожной сети, а показатель  $P$  – за фактическую востребованность участков дорожной сети.

**Методика оценки риска заторов в узлах дорожной сети.** Предлагаемая методика приводит в соответствие численную оценку риска возникновения регулярных заторов каждому узлу графа дорожной сети и ориентирована на оценку рисков заторов на основе структурных особенностей дорожной сети (и, соответственно, ее графа) и постоянных данных об участках дорожной сети.

**Шаг 1.** Введем для каждого узла (вершины) графа дорожной сети величину, которую далее будем называть связанным потоком, а для каждой дуги графа – величину, далее называемую потоком дуги. Последнюю величину определим следующим образом:

$$P_{\text{дуги}} = wvL^2 \quad (1)$$

Квадрат длины  $L$  берется, чтобы подчеркнуть ее особое влияние на число автомобилей, которое может собраться на участке, образовав плотный поток. Это связано с тем, что по сторонам от такого участка может располагаться в среднем больше объектов типа популярных торговых центров, учреждений и т.д., чем для более коротких участков. Яркий обратный пример – кварталы частных секторов – здесь узлы будут расположены достаточно близко друг от друга, т.е. дуги будут короткие, и здесь же будет мало объектов, способных привлечь большое число автомобилистов. Если участок дороги широкий и допустимая скорость движения достаточно высока, возрастает вероятность того, что участок будет собирать большое число автомобилей одновременно.

Связанный поток для каждой вершины вычисляем следующим образом:

$$P_{\text{верш}} = P_{\text{вход}} \cdot n^a \cdot f_{\text{нон}} - P_{\text{исх}} \cdot m^b \quad (2)$$

$$f_{\text{нон}} = \frac{2P_{\text{сред}}}{P_{\text{max}}} \quad (3)$$

Здесь  $P_{\text{вход}}$  – значение суммарного потока для дуг, входящих в вершину,  $P_{\text{исх}}$  – значение суммарного потока для дуг, исходящих из вершины. Потоки для отдельных дуг вычисляются по формуле (1). В формуле (2)  $n$  – число дуг, входящих в вершину,  $m$  – число дуг, исходящих из вершины. Множители вида  $n^a, m^b$  нужны, чтобы показать нелинейность такого процесса, как скопление автомобилей близ узла. Например, два одинаковых потока двух входящих дуг неравнозначны удвоенному потоку одной входящей дуги. Около вершины решения водителей, находящихся на разных дугах, могут отчасти влиять друг на друга. Так, водители могут мешать друг другу ввиду возможной низкой культуры вождения. Напротив, некоторые водители могут замедляться из соображений осторожности. Как показал практический анализ графов, моделирующих дорожную сеть части кварталов города Брянска [10],

хорошим выбором является  $a=b=1/3$ . Множитель, вводимый по формуле (3), ухудшает оценку связанного потока в случае высокой популярности входящих дуг – чем выше значение (2), тем более «проблемным» считается узел с позиции рисков возникновения регулярных заторов. Числитель в (3) означает удвоенную среднюю популярность входящих в узел дуг. Если пределы показателя популярности участков дорог установить от 0 (автомобили почти не проезжают) до  $P_{\text{max}}$  (популярный участок дороги), то  $P_{\text{сред}}$  получается усреднением показателей популярности входящих дуг. Первый член правой части (2) представляет собой, по сути, потенциал входящих дуг по накоплению потока автомобилей, второй член – фактические возможности исходящих дуг по распределению потока автомобилей. Обратим внимание на слово «потенциал»: именно поэтому для входящих дуг нужны значения популярности, а для исходящих дуг – нет.

Рассмотрим простой пример расчета и интерпретации связанного потока. На рисунке 2 представлен фрагмент дорожной сети. Требуется рассчитать связанный поток для вершины, помеченной вопросом, и интерпретировать результаты расчета. При этом принято  $P_{\text{max}} = 5$ , т.е. предполагается 6 градаций популярности: 0 (автомобили почти не проезжают), 1 (автомобили проезжают редко), 2 (несколько реже среднего, если сравнивать с другими участками дорожной сети), 3 (средне), 4 (чаще среднего), 5 (очень популярный участок дороги). Под шириной, например, 2 м для дуг на рисунке 2 понимается суммарная ширина полос, соответствующих дугам.

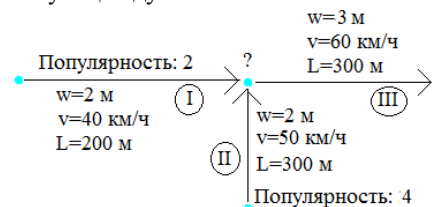


Рисунок 2 – Фрагмент дорожной сети

Рассчитаем потоки дуг по формуле (1)

$$P_I = 2 \cdot 40 \cdot 200^2 = 3,2 \cdot 10^6; P_{II} = 2 \cdot 50 \cdot 300^2 = 9 \cdot 10^6$$

И суммарный поток:

$$P_{\text{вход}} = P_I + P_{II} = 3,2 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^6 = 11,2 \cdot 10^6$$

Определение исходящего потока сводится к расчету потока для дуги с меткой III:

$$P_{\text{исх}} = P_{III} = 3 \cdot 60 \cdot 300^2 = 16,2 \cdot 10^6$$

Значение суммарного потока для входящих в вершину дуг меньше, чем для исходящей дуги. Однако, формулы (2) и (3) учитывают тот факт, что на практике нельзя сводить анализ риска заторов только к сумме потоков дуг.

По формуле (3) рассчитываем множитель, отвечающий за популярность участков дорог входящих дуг:

$$P_{\text{сред}} = \frac{2 + 4}{2} = 3, f_{\text{нон}} = \frac{2P_{\text{сред}}}{P_{\text{max}}} = \frac{2 \cdot 3}{5} = 1,2;$$

Интерпретация полученных значений  $P_{\text{сред}}$  и  $f_{\text{нон}}$ : в среднем участки, ведущие к анализируемой вершине, достаточно популярны, что повышает риск возникновения заторов близ этой вершины.

При  $a=b=1/3$ , в силу  $n=2, m=1$ , с помощью выражения (2) получим

$$\Pi_{\text{верш}} = \Pi_{\text{вход}} \cdot n^{1/3} \cdot f_{\text{нон}} - \Pi_{\text{исх}} \cdot m^{1/3} = 11,2 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 1,2 - 16,2 \cdot 10^6 \approx 2,2 \cdot 10^6 > 0$$

Заметим, что  $\Pi_{\text{верш}} > 0$  означает негативную характеристику вершины, обозначенной знаком вопроса на рисунке 1 – близ нее достаточно высокий риск заторов. Это в данном случае обусловлено рядом факторов. В среднем популярность входящих участков достаточно высока, что будет играть негативную роль в часы пик. Кроме того, водители, находящиеся на двух входящих участках, могут мешать друг другу в те моменты, когда одновременно свободен проезд к вершине с двух сторон (т.е. он не ограничен красным сигналом светофора).

В другом примере (рис. 3), на первый взгляд кажется, что в вершине с меткой вопроса будут постепенно скапливаться автомобили – любая из дуг II, III сама по себе в пределе может пропустить меньше автомобилей, чем дуга I. Покажем, что это не так, по формулам (1) – (3).

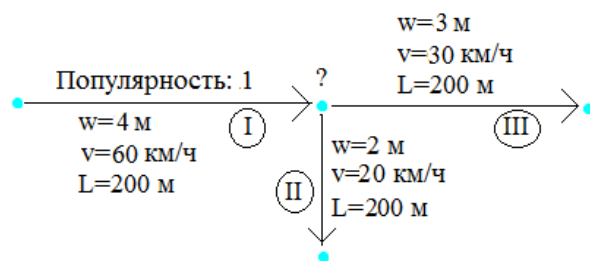


Рисунок 3 – Данные для примера расчета связанного потока

Входящий и исходящий потоки:

$$\Pi_{\text{вход}} = \Pi_I = 4 \cdot 60 \cdot 200^2 = 9,6 \cdot 10^6;$$

$$\Pi_{\text{исх}} = \Pi_{II} + \Pi_{III} = 2 \cdot 20 \cdot 200^2 + 3 \cdot 30 \cdot 200^2 = 5,2 \cdot 10^6$$

Имеем  $n=1, m=2, f_{\text{нон}} = 2P_I/P_{\text{max}}$ : в (3) качестве средней популярности входящих дуг здесь популярность единственной входящей. Тогда, согласно формуле (2)

$$\Pi_{\text{верш}} = 9,6 \cdot 10^6 \cdot 0,4 - 5,2 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{2} \approx -2,7 \cdot 10^6 < 0.$$

Если при появлении автомобиля в оцениваемой вершине он может выбрать любую из дуг II, III, то риск регулярных заторов, скорее всего, окажется низким. В совокупности участки II, III поглощают поток входящего участка I, особенно с учетом низкой популярности последнего. Этот пример демонстрирует важность учета не только потенциальных возможностей, но и фактической популярности участков дорог. Заметим также следующее – если в 1,5 ...  $P_{\text{max}}, P_{\text{min}}$  2 раза увеличить длину дуги I на рисунке 3 или сделать дугу вдвое популярнее, получим  $\Pi_{\text{верш}} > 0$ . В первом случае это связано с тем, что участок потенциально сможет собирать столько автомобилей, что участки II и III даже в совокупности не смогут поглотить входящий в оцениваемую вершину поток.

Само по себе значение  $\Pi_{\text{верш}}$  малоинформативно, хотя и ясно, что чем оно выше, тем выше риск заторов в вершине, и наибольшего внимания требуют вершины с  $\Pi_{\text{верш}} > 0$ . Требуются преобразования, дающие более информативные показатели для вершин. Кроме

того, они требуются и в силу необходимости установления единой шкалы, теоретический порядок величины  $\Pi_{\text{верш}}$  может быть любым.

**Шаг 2.** Выполняется нормировка вида

$$Z_i = \frac{\Pi_{\text{верш},i} - \Pi_{\text{min}}}{\Pi_{\text{max}} - \Pi_{\text{min}}} \quad (4)$$

В формуле (4)  $\Pi_{\text{верш},i}$  – связанный поток  $i$ -ой вершины,  $\Pi_{\text{min}}$  – минимальный из связанных потоков вершин графа дорожной сети,  $\Pi_{\text{max}}$  – максимальный из связанных потоков вершин графа дорожной сети. Показатели  $\Pi_{\text{min}}, \Pi_{\text{max}}$  определяются по значению, а не по абсолютной величине: как мы показали выше, знак связанного потока существенен. Из выражения (4) следует, что  $0 \leq Z_i \leq 1$ . При этом  $Z$  – более информативный показатель, чем  $\Pi_{\text{верш}}$ , поскольку учитывает, насколько высоки риски заторов близ вершины на фоне других вершин графа дорожной сети. Концептуальная установка состоит в том, что интерес представляет то, какие вершины относительно мало проблематичны, а какие наиболее проблематичны в контексте заданной сети дорог. Проводя простую аналогию, можно сказать, что если надо проложить маршрут по кварталам Брянска, то для водителя не представляет интереса, сколь велики риски заторов в различных местах дорожной сети Москвы.

Приведем пример, исходные данные для которого даны на рисунке 4 слева. Проанализировав все значения  $\Pi_{\text{верш}}$ , получим  $\Pi_{\text{min}} = -10, \Pi_{\text{max}} = 5$ . Тогда, например, для вершины 1, согласно (4), получим  $Z_1 = (2 - (-10)) / (5 - (-10)) = 0,8$ . Заметим, что показатели правого графа на рисунке 4 более информативны, чем графа слева. Факт, что для 1-ой вершины имеем  $\Pi_{\text{верш}} = 2$ , малоинформативен ввиду того, что величина  $\Pi_{\text{верш}}$  теоретически не имеет верхней границы. Этот показатель для 1-ой вершины становится более информативным, если сравнивать его с  $\Pi_{\text{верш}}$  для других вершин. Однако такое сравнение не всегда оправдано, если вершин много (а в реальных графах дорожных сетей их могут быть сотни).

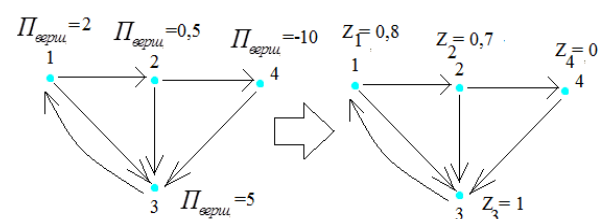


Рисунок 4 – Пример выполнения шага 2

Значение  $Z_1 = 0,8$  говорит о том, что на фоне других вершин конкретной дорожной сети, вершина 1 довольно проблематична с точки зрения риска заторов. Через вершину 3 и вовсе лучше не проезжать, если есть возможность проложить маршрут в ее обход, о чем бы мы с такой очевидностью не сказали, глядя на ее значение  $\Pi_{\text{верш}}$ , особенно если бы в примере было



много вершин.

**Шаг 3.** Важно учесть, что проблемы, связанные с заторами в одной из вершин, должны ухудшать оценку ситуации и в близлежащих вершинах. Особенно это касается случаев, когда в вершину можно непосредственно попасть только с другой вершины, неблагоприятной с точки зрения  $Z$ -оценки. Напротив, информация, что в вершину  $N$  можно попасть только с других вершин, имеющих низкую  $Z$ -оценку, должна делать более оптимистичной оценку самой  $N$ , нежели по результатам шага 2. Подобная ситуация будет означать, что если уровень риска заторов по результатам шага 2 для  $N$  высокий, вполне вероятно, что риск переоценён. Исходя из сказанного, требуются корректировки оценок риска заторов для каждой вершины  $N$  с учетом  $Z$ -оценок как минимум на множестве вершин, из которых можно попасть в  $N$ , а также популярностей дуг, по которым можно попасть в  $N$ . На шаге 3 для каждой вершины считаем оценку

$$Y_i = AZ_i + BM_i \quad (5)$$

Здесь значения весовых коэффициентов  $A, B$  должны располагаться в интервале  $(0; 1)$  и удовлетворять свойству  $A+B=1$ , т.е. формула (5) отдаленно напоминает оператор аддитивной свертки [12] при принятии решений с 2 критериями. Компонент  $M_i$  учитывает, из каких вершин и по дугам какого уровня популярности можно попасть в анализируемую вершину. Если в вершину входят дуги с  $Z$ -значениями исходных вершин  $Z_{i1}, \dots, Z_{in}$ , а популярности дуг равны  $P_{i1}, \dots, P_{in}$ , то

$$M_i = \sum_{j=1}^n \frac{P_{ij}}{P_{i,c}} Z_{ij}, \quad P_{i,c} = P_{i1} + \dots + P_{in} \quad (6)$$

В (6) величина  $P_{i,c}$  – сумма популярностей дуг, входящих в анализируемую вершину. Множитель  $P_{ij}/P_{i,c}$  отображает то обстоятельство, что чем популярнее входящая дуга  $e$ , тем сильнее на ситуацию в анализируемой вершине влияет ситуация в вершине  $s$ , из которой исходит  $e$ .

Если входящие в некоторую вершину дуги – это только дуги с популярностью 0, т.е. в (6) имеем  $P_{i,c}=0$ , то полагаем  $M_i=0$ . Тогда формула (5) вырождается в  $Y_i = AZ_i$ . Поскольку  $A < 1$ , на шаге 3 оценка риска заторов близ анализируемой вершины становится ниже, чем после шага 2, что логично: если пути, ведущие к узлу, почти не востребованы, то оценка риска заторов для узла должна быть оптимистичной. Ситуация  $P_{i,c}=0$  в теории маловероятная, но возможная – например, на малонаселенной окраине города.

Смысл весовых коэффициентов  $A, B$  в (5) – приоритеты  $Z$ -оценки самой вершины и учета ее окружения соответственно. Учет того, из каких вершин и по дугам какого уровня популярности можно попасть в анализируемую вершину, способно привести к существенному различию  $Y$ - и  $Z$ -оценок вершин, кроме двух случаев, когда либо взято значение  $B$ , близкое к 0, либо когда  $Z$ -оценки вершин из окружения анализируемой вершины близки к  $Z$ -оценкам самой же вершины.

Как показал практический анализ графов, модели-

рующих дорожную сеть части кварталов города Брянска [10], хорошим выбором  $A, B$  для (5) является  $A=0,4$  и  $B=0,6$ , т.е. (5) принимает вид

$$Y_i = \frac{2Z_i + 3M_i}{5} \quad (7)$$

Рассмотрим пример расчета и интерпретации  $Y$ -значения. На рисунке 5 представлен фрагмент дорожной сети и значимые для шага 3 исходные данные.

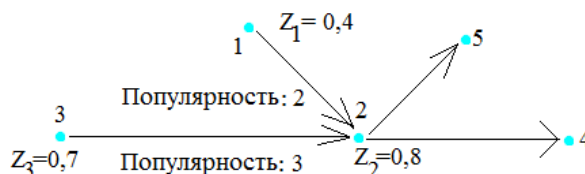


Рисунок 5 – Данные для примера выполнения шага 3

В нашем случае популярности дуг, входящих в анализируемую вершину, составляют  $P_1=2, P_3=3$ , их сумма равна  $P_{2,c}=P_1+P_3=2+3=5$ . Соответственно, формула (6) дает:

$$\frac{P_1}{P_{2,c}} = \frac{2}{5} = 0,4; \quad \frac{P_3}{P_{2,c}} = \frac{3}{5} = 0,6; \quad M_2 = 0,4 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,7 = 0,58$$

По формуле (7) находим, что

$$Y_2 = \frac{2Z_2 + 3M_2}{5} = \frac{2 \cdot 0,8 + 3 \cdot 0,58}{5} = 0,668.$$

Обратим внимание на то, что  $Y_2 < Z_2$ , и различие между ними существенное. Это можно объяснить тем, что, если риски заторов в вершинах, из которых можно попасть в анализируемую вершину, относительно невелики (а данном случае  $Z_1 < Z_2, Z_3 < Z_2$ ), это должно снижать оценку риска заторов для анализируемой вершины.

Отметим преимущество  $Y$ -оценки перед  $Z$ -оценкой, оно заключается в исключении возможности необъективной постановки «крайних» оценок, близких к 0 или 1. Такие оценки должны ставиться с учетом как можно большего числа факторов и только при веском основании. Поэтому  $Y$ -оценки вершин принимаются как наиболее приемлемые для рассмотренной методики.

**Использование методики для решения задачи об оптимальном пути.** Важное практическое приложение оценки рисков заторов в дорожной сети связано с поиском оптимального маршрута движения транспортного средства из одной заданной точки в другую. Простейшая постановка задачи – просто найти кратчайший путь, однако развитые системы логистики, как например, Яндекс.Маршрутизация [13] или система компании NetSuite [14], используют сложные многокритериальные системы оценки качества маршрутов, в том числе учитывающие риски заторов.

Самый простой способ использовать предложенную методику в задаче об оптимальном пути – не рассматривать маршруты, где есть хотя бы одна вершина с  $Y$ -оценкой выше заданной величины. Это реализуется алгоритмически, но следует помнить – если наличие одной вершины с пессимистичной  $Y$ -оценкой является единственным недостатком маршрута, то можно отсечь даже оптимальный маршрут. Особо это касается случая, когда множество доступных маршру-

тов между двумя точками невелико. Более осторожный подход – исключить путь из рассмотрения, если  $K$  последовательных вершин пути ( $K \geq 2$  и выбирается заранее) дают среднюю  $Y$ -оценку выше допустимой оценки  $Y_{\text{границы}}$ . При этом не нужно рассматривать сами концы пути, поскольку по условию задачи они не выбираются.

Рассмотрим показанный на рисунке 6 фрагмент дорожной сети в случае  $K=2$ ,  $Y_{\text{границы}}=0,8$ . Поскольку  $(Y_C + Y_E)/2 = (0,75 + 0,91)/2 = 0,83$ , пути, начинающиеся с подпути  $A-C-E$ , исключаем из рассмотрения. Очевидно, что  $(Y_C + Y_D)/2 < 0,8$ ;  $(Y_D + Y_F)/2 < 0,8$ , поэтому путь  $A-C-D-F-B$  является допустимым с точки зрения риска заторов. Может возникнуть вопрос, почему не следует рассматривать среднюю  $Y$ -оценку всех промежуточных вершин пути. Дело в том, что, во-первых, она мало информативна, поскольку не отвечает на вопрос, есть ли стоящие близко друг от друга «проблемные» вершины и, во-вторых, она не позволяет отсеять сразу множество неперспективных путей, а не один путь. Касательно первого пункта, если «проблемные» вершины собрались в ряд, образующий цепь в графе дорожной сети, это гораздо хуже, чем если бы они рассредоточились по большому пути: в первом случае риск крупного затора в часы пик крайне высокий, во втором случае более вероятно, что будет один или несколько небольших заторов – в какой мере повезет водителю. Значение  $K$  следует выбирать не более 5...7, в противном случае невозможно эффективное отсеечение неприемлемых с точки зрения заторов путей.

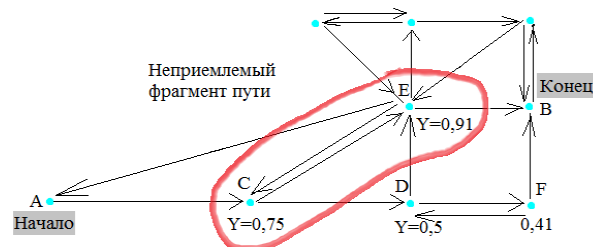


Рисунок 6 – Оценка рисков заторов и поиск оптимального маршрута

Пытаясь при поиске наилучшего маршрута отсекал часть маршрутов с позиций рисков заторов, следует учесть, что целесообразным может оказаться вариант с поиском в две фазы, на первой из которых ведется поиск с жесткими требованиями к минимизации риска заторов, а при неуспехе первой, на второй фазе требования смягчаются. Дело в том, что одна из главных причин заторов в городах – ситуации, когда у автомобилистов мало вариантов добраться до важных мест. В современных российских городах серьезной проблемой является нехватка дорог, например, Москва больше по площади, чем Токио, однако дорог по протяженности в Токио в 7 раз больше [15]. Естественно, когда выбор невелик, придется довольствоваться маршрутом, чреватый заторами, поскольку нет выбора. Другое дело, что при запуске алгоритма построения маршрута об этой ситуации заранее не известно.

**Заключение.** Разработана простая в реализации методика численной оценки рисков затора в узлах дорожной сети, учитывающая как структурные особенности дорожной сети, так и фактические данные о популярности участков дорожной сети, не требующая актуализации данных о ситуации на дорогах. Результаты численного расчета могут использоваться для оптимизации маршрута в дорожной сети, причем реализующий методику алгоритм не требует перезапуска, если дорожная сеть остается неизменной, даже в случае прокладки маршрутов между разными парами узлов.

В дальнейшем планируется усовершенствовать методику и разработать алгоритм, учитывающий как дополнительный фактор расположение светофоров и такие факторы как наличие кольцевых и других развязок, состояние дорожного покрытия, количество полос для движения в одну сторону. Особого внимания заслуживает прогнозирование заторов близ кольцевых участков, возникающих практически в любом крупном городе.

Наконец, важно развивать исследования по вопросу комбинирования подходов к оценке риска заторов на дорогах. Рассмотренный подход к оценке риска заторов может использоваться в комбинации с существующими методами, основанными на данных, получаемых в реальном времени.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. По итогам 2017 года Москва по пробкам стала второй в мире [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL <http://mosday.ru/news/item.php?1337861&view=full> (дата обращения 10.05.2021).
2. Кадыров А.С., Токашева Н.С. Анализ и предложения по проблеме устранения автомобильных пробок (дорожных заторов) // Международный научно-исследовательский журнал. – 2014. – №3-2. – С. 69-72.
3. Владимиров С.Н. Транспортные заторы в условиях мегаполиса // Известия МГТУ МАМИ. – 2014. – №1. – С. 77-84.
4. Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков // Изд-во МФТИ. – 2010. – С. 363.
5. Daganzo C.F. Remarks on Traffic Flow Modeling and its Applications // Dept. of Civil and Environmental Engineering University of California, Berkeley.
6. Семенов В.В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса / Ин-т прикладной математики им. М. В. Келдыша Рос. Акад. наук, 2004. – 44 с.
7. Chandler R.E. et al. Traffic dynamics: Studies in car following // Operations Research. – 1958. – Vol. 6. – P. 165-185.
8. Смирнов А.А., Бигаева Л.А. Моделирование процесса образования затора на дороге // Материалы 9-ой конференции «ИКТ в образовании и науке». – 2020. – С. 251-256.
9. Азарченков, А.А. Моделирование оценки качества маршрутов в задачах оптимизации движения по городу / А.А. Азарченков, Н.И. Марченков // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. – 2020. – № 3(9). – С. 56 – 64.
10. Марченков Н.И., Азарченков А.А. Математическое моделирование оценки качества маршрутов в городской дорожной сети // Высокие технологии и инновации в науке. Сборник избранных статей Международной научной конференции. – 2020. – С. 211-217.
11. Марченков Н.И. Сравнение методов кодирования сети дорог графами // Российская наука: тенденции и возможности. – 2018. – С. 143-146.
12. Черноуцкий И.Г. Методы принятия решений // СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
13. Яндекс.Маршрутизация [Электронный ресурс]. – Ре-

жим доступа: URL <https://yandex.ru/routing/> (дата обращения 10.05.2021).

14. NetSuite [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL <https://www.netsuite.com/portal/home.shtml> (дата обращения 10.05.2021).

15. Восемь способов победить пробки [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL <https://www.zr.ru/content/articles/907199-8-sposobov-pobedit-dorozhnye-z/> (дата обращения 10.05.2021).

16. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков // М.: Мир, 1966. – 286 с.

17. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков // «Автоматика и телемеханика». – 2003. – №11. – С. 3-46.

*Статья поступила в редакцию 21.04.2021*

*Статья принята к публикации 16.06.2021*