

УДК 37:512.14

DOI: 10.26140/anip-2020-0904-0034

**РОЛЬ ВИЗУАЛИЗИРОВАННЫХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПОНЯТИЮ
И СВОЙСТВАМ СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

© 2020

SPIN: 3906-0853

AuthorID: 708370

ResearcherID: Г-2130-2017

ORCID: 0000-0002-9533-5406

Коселева Наталья Николаевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры
«Высшая математика и математическое образование»

ORCID:0000-0001-8521-4590

Абильева Зейнегуль Асылбаевна, магистрант кафедры «Высшая математика
и математическое образование»

Тольяттинский государственный университет

(445020, Россия, Тольятти, улица Белорусская, 14, e-mail: abilevaz@gmail.com)

Аннотация. В статье рассматривается методика изучения степенной функции и ее свойств в курсе алгебры и начал математического анализа, основанная на когнитивно-визуальном подходе. В качестве основного средства выделена визуализированная задача. Дается краткая классификация визуализированных задач по месту визуального образа и по месту согласно дидактическим функциям. Описываются основные преимущества их применения при формировании понятия «степенная функция». Сравняются подходы к изучению степенной функции и ее свойств в курсе алгебры и начал математического анализа, основанные на логическом мышлении и на зрительном восприятии. Обращается внимание на визуализированные задачи с прикладными функциями с целью привязки абстрактных понятий к явлениям реального мира, или иными словами, применения теоретических знаний к моделированию реальных процессов. Авторами всесторонне анализируются различные подходы к дальнейшему формированию понятия «степенная функция» в старшей школе. Приведены решения задач с использованием средств ИКТ, например, программы DESMOS, GeoGebra. Показано, что использование данного дидактического приема способствует гораздо лучшему усвоению нового материала, повышает уровень мотивации обучающихся и вызывает их интерес к изучению предмета.

Ключевые слова: когнитивная визуализация, степенная функция, свойства степенной функции, визуализированные задачи, когнитивно-визуальный подход, наглядность, познавательная деятельность, поколение Z.

**ROLE OF VISUALIZED TASKS IN THE PROCESS OF TEACHING STUDENTS THE CONCEPT
AND PROPERTIES OF THE POWER FUNCTION IN THE COURSE
OF ALGEBRA AND PRECALCULUS**

© 2020

Kosheleva Natalia Nikolaevna, candidate of pedagogical sciences associate professor
of the chair “Higher mathematics and mathematical education”

Abilyeva Zeinegul Asylbayevna, Master of the Department “Higher Mathematics
and Mathematical Education”

Tolyatti State University

(445020, Russia, Tolyatti, Belorusskaya Street, 14, e-mail: abilevaz@gmail.com)

Abstract. The article deals with the method of studying a power function and its properties in the course of algebra and the principles of mathematical analysis, based on a cognitive-visual approach. The visualized task is selected as the main tool. A brief classification of visualized tasks is given by the place of the visual image and by the place according to didactic functions. The main advantages of their application in the formation of the concept of “power function” are described. We compare approaches to the study of a power function and its properties in the course of algebra and the principles of mathematical analysis, based on logical thinking and visual perception. Attention is drawn to visualized problems with applied functions in order to link abstract concepts to real-world phenomena, or in other words, to apply theoretical knowledge to modeling real processes. The authors comprehensively analyze various approaches to the further formation of the concept of “power function” in high school. Solutions to problems using ICT tools, such as DESMOS and GeoGebra, are presented. It is shown that the use of this didactic method contributes to a much better assimilation of new material, increases the level of motivation of students and causes their interest in the study of the subject.

Keywords: cognitive visualization, a power function, properties of a power function, the visualized tasks, cognitive and visual approach, presentation, cognitive activity, generation Z.

ВВЕДЕНИЕ

Введение функциональной линии в школьную программу математического образования являлось существенным достижением развития теоретических и методических основ преподавания математики. Однако, несмотря на первичные цели обоснованности введения функционального блока в курс алгебры и начала математического анализа, а именно, предоставления возможности учащимся получить сведения о прикладной направленности изучаемых математических явлений, подача данного блока и по сегодняшний день носит абстрактно-теоретический характер, что особенно ощутимо через призму видоизмененного мироощущения и восприятия информации современного поколения Z [1-20].

Принимая во внимание эволюцию развития концепции функциональной зависимости, необходимо отметить, что аналитическое восприятие функции прошло

путь от ее геометрического отображения, иными словами от прикладной задачи к общему виду. Таким образом, существует три способа отображения функции: арифметический, графический и аналитический. В школьном курсе функциональная зависимость изучается с учетом исторического подхода, заключенного в единообразии трехстороннего подхода: графико-аналитического с опорой на прикладную составляющую.

Как показывает статистика результатов ЕГЭ за последние 2015-2018 годы, процент учащихся, способных продемонстрировать знания и навыки решения функционально-графических задач снижается [5]. Причинами такого явления могут послужить низкая заинтересованность в предмете, в частности при переходе к изучению курса алгебры и начала математического анализа, в силу непонимания большинства абстрактных понятий, ассоциирования функции с формулами, неспособности инте-

гирования полученного знания по отношению к новым изучаемым темам, а, именно, рассмотрение различных видов элементарных функций вне взаимосвязи между собой, высокой степени формализма изложения тем преподавателями без опоры на когнитивную визуализацию вводимых понятий и значений, что приводит к ложному пониманию статичности функции. Все эти факторы негативно отражаются на способности учащихся оперировать изученными понятиями и распознавать функционально-поведенческие паттерны реальных событий в дальнейшей профессиональной деятельности.

МЕТОДОЛОГИЯ

С целью воспитания плеяды граждан, обладающих совокупностью компетенций, которая позволит им и далее расширять полученную систему знаний, умений и навыков в их профессиональной деятельности с высокой степенью адаптации в жизненно меняющихся условиях, самостоятельности и активности, в рамках ФГОС РФ основной акцент ставится на личностно-деятельностный подход и в обучении математике. С целью его реализации потребовался пересмотр существующих методик, форм и технологий обучения математическим концепциям. В результате анализа современных работ, посвященных методике преподавания функциональной содержательно-методической линии в школьном курсе можно выделить основную тенденцию перехода от строгого формализма изложения учебного материала к гуманистическому подходу, фокусирующимся на доступности изложения посредством наглядности, моделирования реальных процессов, решения задач прикладного характера из метапредметных областей науки.

Усиление наглядности через динамические изменяющийся графически-визуальный ряд абстрактно-аналитических объектов с опорой на непосредственное участие учащихся в создании функциональных моделей позволило бы сформировать у них функциональные знания и навыки при интерпретации и построению графиков функций на более высоком уровне, повысить мотивацию к учению курса алгебры и начал математического анализа, за счет удовлетворения познавательной потребности.

Так как работа учащего на уроках математики в большей степени построена на решении задач, то *визуализированная задача* с точки зрения когнитивно-визуального подхода является основным продуктивно-методическим средством для формирования глубокого понимания функциональной линии.

В.А. Далингер в своей работе [2, с.112] определяет визуализированную задачу как «задачу, в которой образ явно или неявно задействован в условии, ответе, задаче метод решения задачи, создает опору каждому этапу решения задачи либо явно или неявно сопутствует на определенных этапах ее решения». Автор считает, что именно визуальное восприятие играет существенную роль в формировании и понимании математических понятий, определяя, что в математике необходимо визуализировать все, что поддается визуализации. Автор отмечает, что в современной школе учителя все еще делают основной упор на логическое мышление, хотя исследования в области психологии доказывают, что 80% получаемой информации воспринимается человеком через зрительный канал. В своих работах [2] автор подготавливает основу для разработки дидактической системы баланса логического и наглядно-образного мышления. Согласно точке зрения автора достоинством данного подхода является учет индивидуальных особенностей каждого ребенка, а именно разность восприятия наглядных материалов: одни охватывают всю картину в целом с дальнейшим вычленением деталей, другие фиксируют конкретные признаки с последующим синтезом в единое целое.

Однако автором также отмечается, что воспитание «математического зрения» это такой же сложный процесс как обучение письму или речи. Так на примере из-

учения функции В.А. Далингер определяет функцию и ее графическое отображение «ядром школьной математики», и что основной целью учителя должно быть формирование умения видеть физическую закономерность между объектами или явлениями. Данный подход находит свое отражение в работах многих ученых [4; 27]. Схематически классификация визуализированных задач по месту визуального образа представлена на рисунке 1.

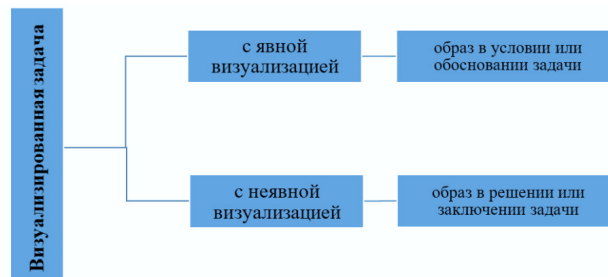


Рисунок 1- Классификация визуализированных задач по месту визуального образа (В.А. Далингер)

Классификация визуализированных задач по месту согласно дидактическим функциям представлена на рисунке 2.

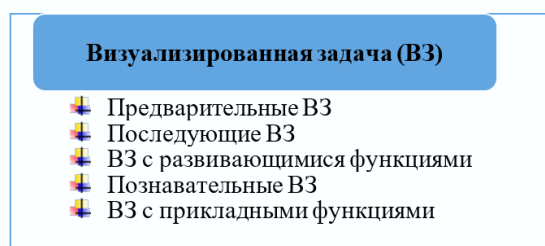


Рисунок 2- Классификация визуализированных задач по месту согласно дидактическим функциям (В.А. Далингер)

При этом элементами визуализации в рамках могут служить не только графики, но и таблицы, диаграммы (круги Эйлера, таблицы значений, модель Фрейера, блок-схемы, кластеры) [7].

Рассмотрим примеры задач на формирование понимания и закрепление свойств степенной функции, присутствие наглядного элемента в которых позволяет задать исследовательский характер, тем самым активизируя познавательную деятельность учащихся, и облегчить их решение.

Нижеприведенная задача 1 с явной визуализацией является одной из простейших примеров закрепления умений чтения графиков и формул степенной функции, основываясь на ее свойствах.

Пример 1: 1) Задай формулами функции, графики которых изображены на рисунке 3.

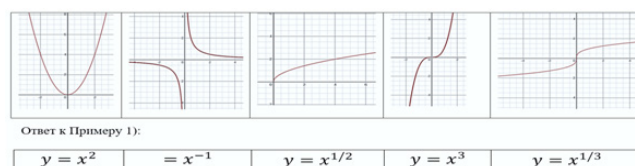


Рисунок 3 - Диаграмма графиков функций и ответы к ним к примеру 1.

В процессе изучения степенной функции следует обратить внимание на *визуализированные задачи с прикладными функциями* с целью привязки абстрактных понятий к явлениям реального мира, или иными словами,

применения теоретических знаний к моделированию реальных процессов. Рассмотрим ВЗ с неявным графическим образом, для решения которой можно использовать средства ИКТ, например, программы DESMOS, GeoGebra.

Задача 2: Тракторию мяча, по которому ударили клюшкой, можно смоделировать функцией, заданной формулой $f(x) = 30x - 5x^2$, где x – время, $f(x)$ – высота мяча от уровня земли.

1. Изобрази схематично график данной функции (ответ: рисунок 4)



Рисунок 4: Диаграмма к примеру 2 (выполнено в GeoGebra)

2. Какова максимальная высота мяча в полете? (в этой ситуации учащийся должен сопоставить понятие максимального значения с максимальной высотой мяча в полете) (ответ: 45)

3. Определи временной промежуток полета мяча? Является ли это областью определения функции или областью значений функции? При ответе на подобные вопросы учащиеся осознают, что абстрактные математические понятия приобретают практический смысл.

ВЫВОДЫ

Таким образом, решение визуализированных задач позволяет развить «математическое зрение», которое способствует формированию функциональной грамотности учащихся для осуществления успешной профессиональной деятельности в будущем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Вопросы математики, её истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.- практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2014. – Вып. 7. – 55 с.
2. Далингер В.А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учебник для СПО // М.: Издательство Юрайт, 2016. С. 340.
3. Иванова И.Ю. Реализация Концепции развития математического образования в деятельности образовательных организаций: монография / И.Ю.Иванова, А.Д.Нахман. – «Инновации в образовании». Специальный выпуск. – Издательская платформа Российской академии естествознания. – 2016. – 84 с.
4. Князева О.О. Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении старшеклассников началам математического анализа // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. Омск, 2003.
5. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. - Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2008- 384с.
6. Колягин Ю.М. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2009. 366с.
7. Кузнецова Л.В., Ковалёва Г.И. Методические указания к теме «Функции»//Математика в школе. – 2002.– с. 31 – 41.
8. Кошелева Н.Н., Никитина М.Г., Крылова С.А. К вопросу о формировании модельных представлений учащимися в преддверии изучения математического моделирования в вузе // Филологические науки. Вопросы теории и практики. №6 (60). Ч. 1. – 2016. – Тамбов. – С.200-203.
9. Кошелева Н.Н., Павлова Е.С Способы представления информации на уроках обобщения и систематизации знаний при изучении курса геометрии в школе // Сборник трудов IV Международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе». - Тольятти, ТГУ 29-30 ноября 2019 года
10. Кошелева Н.Н., Колачева Н.В., Пардала А.А. Социальные аспек-

ты интеграции образования (по результатам опроса о ЕГЭ и доступности образования) // Интеграция образования. Т 21, №4, 2017. – Саранск. – С. 580-595.

11. Кондаурова И.К., Залова Л.С. Развитие познавательного интереса к математике у студентов колледжа // Балканское научное обозрение. 2019. Т. 3. № 1 (3). С. 43-45.

12. Клинов Г.Т., Найденова В.Н. Современное обучение математике и взаимосвязь с экономической теорией и практико-методическими деловыми аспектами // Гуманитарные балканские исследования. 2019. Т. 3. № 3 (5). С. 37-40.

13. Шурыгин В.Ю., Шурыгина И.В. Активизация межпредметных связей физики и математики как средство формирования метапредметных компетенций школьников // Карельский научный журнал. 2016. Т. 5. № 4 (17). С. 41-44.

14. Алехина М.А., Федосеев В.М. Математика в системе многоуровневого инженерного образования: актуализация интеграции с техническими науками // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2015. Т. 3. № 6 (28). С. 58-62.

15. Попова Н.В. О повышении качества математической подготовки экономистов // Азимут научных исследований: экономика и управление. 2018. Т. 7. № 2 (23). С. 272-274

16. Кондаурова И.К., Батеева Е.Х. Профессионально ориентированное обучение математике в медико-биологическом лицее // Научный вектор Балкан. 2019. Т. 3. № 1 (3). С. 39-42.

17. Элипханов А.В.И. Математика и математическое образование в формате проблемы формирования у субъектов познания процедур критического мышления // Балтийский гуманитарный журнал. 2017. Т. 6. № 4 (21). С. 439-442.

18. Макаренко М.Г. Контекстное изучение частно-методических линий курса теории и методики обучения математике (на примере функциональной линии). Вестник ТГПИ. стр.87-93.

19. Математический вестник педагогов и университетов Волго-Вятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. Выпуск 20. – Киров: Науч. изд-во ВятГУ, 2018. – 340 с.

20. Максимова О.Д. – История математики: учебное пособие для вузов. М.- Издательство «Юрайт», 2018-319 стр.

21. Методика изучения математики в основной школе. Курс лекций для организации самостоятельной работы студентов по вопросам частных методик. ПЕРМЬ, ПГПУ, 2011, 94 с.

22. Морозович А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 частях. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2009 – 343 с

23. Покровский, В. П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия: учеб.-метод. пособие // Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир, Изд-во ВлГУ, 2014. С. 143.

24. Розановский Н.М., Розановская Е.Н. – Методика преподавания математики в средней школе. Учебное пособие. Часть 1 – Общие основы методики преподавания математики (общая методика). Моислев, УО «МГУ имени А.А.Кулешова», 2010, стр.312.

25. Рузавин Г.И. О природе математического знания. М.: Мысль. 1968.302 с.

26. Семенко Е.А. Тематический сборник заданий для подготовки к ЕГЭ по математике: 10-11 кл. – М.: Вентана-Граф, 2012. – 152с.

27. Фирер А.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. Омск, 2018.

Статья поступила в редакцию 06.04.2020

Статья принята к публикации 27.11.2020