

УДК 681.121.8

DOI: 10.46548/21vek-2022-1159-0009

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ И АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ «РАСХОДОМЕРНАЯ ТРУБКА – ЖИДКОСТЬ» В
КОРИОЛИСОВЫХ РАСХОДОМЕРАХ**

© Авторы 2022

SPIN: 5378-0207

AuthorID: 644194

ORCID: 0000-0003-2197-6419

ГУДКОВА Екатерина Александровна, аспирант,

старший преподаватель кафедры «Информационные технологии и системы»

Пензенский государственный технологический университет

(440039, Россия, Пенза, проезд Байдукова/улица Гагарина, д. 1а/11, e-mail: gudkova-penza@yandex.ru)

SPIN: 6169-8590

AuthorID: 448228

ORCID: 0000-0002-1313-6826

ResearcherID: P-7345-2015

ScopusID: 55895350100

ТАРАНЦЕВА Клара Рустемовна, доктор технических наук, профессор,

заведующий кафедрой «Биотехнология и техносферная безопасность»

Пензенский государственный технологический университет

(440039, Россия, Пенза, проезд Байдукова/улица Гагарина, д. 1а/11, e-mail: krtar2018@bk.ru)

SPIN: 9986-0973

AuthorID: 614496

ORCID: 0000-0002-2071-5404

ResearcherID: B-5784-2016

ScopusID: 7005080984

МИХЕЕВ Михаил Юрьевич, доктор технических наук, профессор,

заведующий кафедрой «Информационные технологии и системы»

Пензенский государственный технологический университет

(440039, Россия, Пенза, проезд Байдукова/улица Гагарина, д. 1а/11, e-mail: mix1959@gmail.com)

Аннотация. Статья посвящена сравнительному анализу существующих аналитических и численных моделей для решения задачи взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим через нее потоком жидкости в кориолисовых расходомерах для оценки возможности их применения для практических целей и внесения корректировок в работу приборов на месте их эксплуатации. В основу методики исследований положены аналитические методы исследования, системный анализ физических процессов, протекающих в исследуемой системе, обработка и анализ имеющихся в открытом доступе моделей системы «расходомерная трубка – жидкость», их обобщение с целью выявления влияния принятых допущений на точность измерения массового расхода. Установлено, что аналитические модели позволяют выявить влияние температуры, давления и пульсации потока на точность измерения массового расхода в кориолисовых расходомерах, а также получать упрощенные модели описываемой системы без специального программного обеспечения. Возможность применения аналитических моделей ограничена простой формой расходомерной трубки и строго ограниченной областью применимости. Использование численных моделей, основанных на теории балок или оболочек и *1D*-модели жидкой среды, со слабосвязными алгоритмами сопряжения подзадач не позволяют исследовать влияние характеристик потока на выходной сигнал расходомера. В то же время, численные методы моделирования системы «расходомерная трубка – жидкость» с жесткосвязным алгоритмом сопряжения позволяют проводить оценку конструкции расходомера, а именно определять точки установки датчиков и источника колебаний, выявлять участки возникновения турбулентности, рассчитывать опарафинивание трубки и его влияние на скорость протекания жидкости, рассчитывать амплитуду и частоту колебаний в зависимости от формы расходомерной трубки и др. Возможность применения численных *3D*-моделей ограничена высокими вычислительными и временными затратами.

Ключевые слова: кориолисов расходомер, «расходомерная трубка – жидкость», численные модели, аналитические модели.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF NUMERICAL AND ANALYTICAL METHODS FOR MODELING THE
«FLOW TUBE – LIQUID» SYSTEM IN CORIOLIS FLOWMETERS**

© The Author(s) 2022

GUDKOVA Ekaterina Aleksandrovna, postgraduate student,

senior lecturer of the Department of Information Technologies and Systems

TARANTSEVA Klara Rustemovna, doctor of technical sciences, professor,
head of the department «Biotechnology and technosphere safety»
MIKHEEV Mikhail Yurievich, doctor of technical sciences, professor,
head of the department « Information Technologies and Systems »
Penza State Technological University
(440039, Russia, Penza, Baydukov passage/Gagarina Street, 1a/11,
e-mails: gudkova-penza@yandex.ru, krtar2018@bk.ru, mix1959@gmail.com)

Abstract. The article is devoted to a comparative analysis of existing analytical and numerical models for solving the problem of the interaction of an oscillating flow tube with a fluid flow flowing through it in Coriolis flow meters to assess the possibility of their application for practical purposes and to make adjustments to the operation of devices at their place of operation. The research methodology is based on analytical research methods, a systematic analysis of the physical processes occurring in the system under study, processing and analysis of publicly available models of the "flow tube – liquid" system, and their generalization in order to identify the influence of the assumptions made on the accuracy of mass flow measurement. It has been established that analytical models make it possible to reveal the effect of temperature, pressure, and flow pulsation on the accuracy of mass flow measurement in Coriolis flow meters, as well as to obtain simplified models of the described system without special software. The possibility of using analytical models is limited by the simple shape of the flow tube and a strictly limited area of applicability. The use of numerical models based on the theory of beams or shells and a 1D model of a liquid medium with weakly coupled algorithms for pairing subtasks does not allow us to study the effect of flow characteristics on the flow meter output signal. At the same time, numerical methods for modeling the "flow tube-liquid" system with a rigidly coupled interface algorithm make it possible to evaluate the design of the flow meter, namely, to determine the installation points of the sensors and the source of oscillations, to identify areas of turbulence, to calculate the waxing of the tube and its effect on the fluid flow rate, calculate the amplitude and frequency of oscillations depending on the shape of the flow tube, etc. The possibility of using numerical 3D-models is limited by high computational and time costs.

Keywords: coriolis flow meter, «flow tube – liquid», numerical models, analytical models.

Для цитирования: Гудкова Е.А. Сравнительный анализ численных и аналитических методов моделирования системы «расходомерная трубка – жидкость» в кориолисовых расходомерах / Е.А. Гудкова, К.Р. Таранцева, М.Ю. Михеев // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2022. – Т. 11. – № 3(59). – С. 57-63. – DOI: 10.46548/21vek-2022-1159-0009.

Введение. Кориолисовы расходомеры позволяют измерить массовый расход и плотность текучих сред с высокой точностью в широком диапазоне массовых расходов. В связи с большим прикладным их значением созданы и применяются различные типы кориолисовых расходомеров [1]. Соответственно, разнообразны и созданные модели кориолисовых расходомеров, которые можно классифицировать по различным признакам, например: геометрическим (одно- или трехмерная система «расходомерная трубка – жидкость»); способу решения (аналитическое или численное); распределены или сосредоточены их параметры и др. [2].

При моделировании системы «расходомерная трубка – жидкость» решают задачу взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим через нее потоком жидкости (*Fluid-Structural Interaction – FSI*). При этом используются сопряженный и раздельный подходы. Сопряженный подход подразумевает построение единой математической модели и дальнейшую дискретизацию, результатом которой является формирование общей системы алгебраических уравнений [3]. Раздельный – основан на независимом решении систем уравнений каждой подзадачи, что приводит к необходимости реализации дополнительной процедуры согласования решений подзадач на границах сопряжения [3]. Эти подходы реализованы в современных программных продуктах,

таких как *ANSYS, COMSOL Multiphysics, SolidWorks* и пр.

Преимущество сопряженного подхода состоит в том, что при его реализации не требуется выполнять итерации при решении задач гидродинамики и механики твердого тела. В раздельном подходе время моделирования увеличивается за счет увеличения количества итераций связи на каждом временном шаге. Поэтому там, где итерации сопряжения сходятся медленно, целесообразно использовать сопряженный подход. Он лучше описывает физическую природу моделируемого явления, и позволяет получить согласованное решение для задач гидродинамики и механики твердого тела. Однако, он также обладает рядом существенных недостатков [4]. Во-первых, одновременное решение всех уравнений громоздко и требует больших вычислительных затрат. Во-вторых, для реализации данного метода необходимо использование общего математического аппарата для решения всех уравнений, что не позволяет, в частности, учесть специфику подзадач для организации эффективных вычислений [4,7]. Поэтому применимость сопряженного подхода для решения задач *FSI* ограничена [4].

Существенным преимуществом раздельного подхода является то, что он позволяет использовать признанные и эффективные коды, разработанные для решения уравнений жидкости и уравнений

колебания расходомерной трубки [5-7]. Недостатком – то, что он проявляет неустойчивость, так как на каждом временном шаге численные решения физических подзадач не согласованы между собой [4]. Алгоритм для сопряжения связанных задач взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим потоком жидкости, должен обеспечивать минимальные вычислительные затраты и оптимальную точность, по степени сопряжения он может быть слабосвязанным/явным (*wFSI*) и жестко связанным/неявным (*sFSI*) [4,6].

Анализ имеющихся в этой области данных показал, что при численном моделировании кориолисовых расходомеров чаще применяются *1D*-модели, полученные путем упрощения *3D*-геометрии системы «расходомерная трубка – жидкость». Используют методы конечных разностей, спектральных или конечных элементов. В наиболее распространенных *1D*-моделях расходомерная трубка рассматривается как балка Эйлера-Бернулли [8-11] или балка Тимошенко [12-16], а движение жидкости моделируется однородной нерастяжимой массивной нитью, протягиваемой вдоль оси трубы с постоянной скоростью [2]. Однако, несмотря на то, что одномерные модели довольно легко реализовать, они не способны отразить физическую картину явлений, протекающих в кориолисовых расходомерах. В то же время трехмерные численные модели [5, 26-36] позволяют корректно описывать процессы, проходящие в системе «расходомерная трубка – жидкость».

Таким образом, аналитические модели течения жидкости в кориолисовых расходомерах [1, 9, 16-22] позволяют провести исследования в общем виде, получать соотношения, характеризующие поведение системы «расходомерная трубка – жидкость» при изменении ее параметров, например, установить зависимость влияния температуры на точность измерения массового расхода. Однако они применимы лишь для кориолисовых расходомеров с простой геометрической формой расходомерной трубки (*U*-образная трубка, прямая). Из-за громоздкости аналитических моделей, или невозможности их получения, применение аналитических методов для исследования кориолисовых расходомеров ограничено. В последнее время, для этих целей чаще используют численные методы, позволяющие решать более широкий круг задач.

В данной статье исследована область применения аналитических и численных моделей для решения задачи взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим через нее потоком жидкости (*FSI*).

Методология. Целью данной работы является сравнительный анализ существующих аналитических и численных моделей для решения задачи взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим через нее потоком жидкости (*FSI*) в кориолисовых расходомерах для оценки возможности их применения для практических целей и внесения

корректировок в работу приборов на месте их эксплуатации. В основу методики исследований положены аналитические методы исследования, системный анализ физических процессов, протекающих в исследуемой системе, обработка и анализ имеющихся в открытом доступе моделей системы «расходомерная трубка – жидкость», их обобщение с целью выявления влияния принятых допущений на точность измерения массового расхода.

Результаты. Анализ возможностей аналитических моделей для решения задачи *FSI*. Аналитические модели для исследования течения жидкости в кориолисовых расходомерах использовали многие авторы [1, 16-22]. Cheesewright, Belhadj, Clark [16-18] исследовали влияние внешних вибраций работающего оборудования и пульсаций потока на точность измерения массового расхода жидкости и представили аналитические решения, позволяющие их учесть. Авторы [18] показали, что внешние вибрации на частоте источника колебаний расходомера вызывают ошибку измерения прибора независимо от алгоритма определения фазы. Результаты исследований авторов [1, 19-20] позволили оценить погрешности измерения, вызываемые внешней вибрацией, погрешности по температуре и технологическому давлению, а также методы их коррекции.

Kazahaya [1] разработал обобщенную модель кориолисова расходомера, учитывающую различные конструкции измерительных трубок расходомера. Для двухтрубного кориолисова расходомера аналитическая модель представлена уравнением:

$$M = \frac{8EI}{l^3} \frac{1}{\omega} \tan(\varphi) = \frac{4EI}{\pi l^3} \frac{1}{f} \tan(\varphi), \quad (1)$$

где M – массовый расход, E – модуль Юнга, I – момент инерции, l – расстояние до датчиков, ω – угловая скорость, f – частота колебаний, φ – отклонение расходомерной трубки.

Для однотрубного кориолисова расходомера им предложено уравнение:

$$M = \frac{2EI}{\pi l^3} \frac{1}{f} \tan(\varphi). \quad (2)$$

Так как модуль Юнга E неизменен при постоянной температуре, а момент инерции I определяется внутренним и внешним радиусами трубки, значение K постоянно для каждого кориолисова расходомера:

$$\frac{4EI}{\pi l^3} \equiv K. \quad (3)$$

На основе этих уравнений автор дал рекомендации по усовершенствованию характеристик расходомеров, способов их производства, и предложил уравнение температурной коррекции:

$$K = \frac{E_0}{l_0^3} (r_{o0}^4 - r_{i0}^4) \{1 + (\epsilon + \alpha)(T - 20)\} = K_0 \{1 + (\epsilon + \alpha)(T - 20)\}, \quad (4)$$

где r_{o0} – внешний радиус трубы с учетом температурной деформации, r_{i0} – внутренний радиус трубы с учетом температурной деформации, T – температура жидкости (= температуре трубки) в °C; ϵ

– тепловой коэффициент модуля Юнга; α – тепловой коэффициент расширения.

Он также отметил, что влияние технологического давления в трубопроводе малого сечения не сказывается на работу кориолисовых расходомеров с небольшими расходомерными трубками (диаметр 13,36 мм и толщина стенки 1,65 мм), поэтому не требуется компенсации давления до 10 Мпа. Погрешность измерения составляет при этом 0,05%. Напротив, в приборах, работающих в трубах большого сечения, необходимо корректирование технологического давления для обеспечения точности измерения массового расхода жидкости.

Wang и соав. [19] предложили аналитическую модель системы «расходомерная трубка – жидкость» для произвольно изогнутых U-образных расходомерных трубок, позволяющую теоретически рассчитать относительное смещение в любой точке трубки. Она послужила основой для проектирования более эффективных форм расходомерных трубок, позволяющих усилить эффект силы Кориолиса, и для нахождения оптимальных мест размещения датчиков. Предложенное авторами решение позволяет выявить влияние модуля упругости материала трубки и момента инерции сечения измерительной трубки расходомера на чувствительность прибора. Расчеты на основе предложенной модели показали, что ошибка измерения составляет около 1%. Авторы сформулировали основные причины появления ошибок в модели: игнорирование взаимодействия жидкости с расходомерной трубкой, упрощение конструкции трубки при расчете дополнительного крутящего момента от источника колебаний, предположение о нулевом смещении расходомерной трубки в расчетный момент времени.

Zheng и соав. [20] также предложили аналитическую модель для оценки чувствительности измерения расхода жидкости в кориолисовых расходомерах с U-образной трубкой:

$$K = \frac{\Delta t}{Q_m} = \frac{4}{E I l} \left\{ \frac{1}{2} l^2 \left[\bar{X}_1 (b \cos \alpha + R \sin \alpha) + \bar{X}_2 \sin \alpha + \frac{1}{2} R^2 (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \right] + \frac{1}{3} l^3 [\bar{X}_1 + R(1 - \cos \alpha)] + \frac{1}{8} l^4 \sin \alpha \right\}, \quad (5)$$

где Q_m – массовый расход, Δt – разница во времени, l – длина трубки, E – модуль упругости, I – момент инерции, R – радиус скругления трубки, X_1 – приращение правой половины трубки, X_2 – приращение левой половины трубки, α – угол скругления трубки.

Авторы [9, 21, 22] представили аналитические аппроксимации основных характеристик расходомера, в которых вариации собственной частоты и разности во времени использованы для измерения плотности жидкости и ее массового расхода. Kutin и Bajsic [9] разработали математическую модель, использующую метод Галеркина, на основе линейной суперпозиции нескольких модальных функций. Аналитические аппроксимации характеристик расходомера получали путем разложения в ряд Тейлора. В предложенном

авторами уравнении движения жидкости в начале расчета влияние осевой силы, добавленных масс, демпфирования и возбуждения не учитывались:

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \beta v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta v \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + (1 + \beta) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \quad (6)$$

Далее уравнение усложнялось, и поочередно исследовались влияние осевой силы, добавленных масс, демпфирования и возбуждения на точность измерения массового расхода.

Raszillier и Durst [21] вывели зависимость временной задержки между ответными сигналами от двух датчиков и массовым расходом жидкости. Поскольку авторы не учитывали термические напряжения в стенках трубки, возникающие вследствие значительного перепада температур, и механические напряжения, возникающие в результате перепада наружного и внутреннего давления, модель ограничена для практического применения.

Ford [22] предложил модель прямотрубного кориолисового расходомера, в которой результаты моделирования сведены к уравнениям, позволяющим оценить чувствительность системы «расходомерная трубка – жидкость» к внешним воздействиям по трем параметрам:

$$\tau \approx \frac{(2.05 x l^2 - 0.2 x^3) M}{93.33 E_S I_S \sqrt{0.767 + R + 0.696 R^2}} \quad (7)$$

где τ – временная задержка между датчиками, x – локальная осевая координата, l – длина измерительной трубы, E_S – модуль Юнга материала трубы, I_S – момент инерции трубы, R – близость к пределу потери устойчивости Эйлера (безразмерная).

$$F_n \approx \frac{177}{50} \frac{R^{0.48}}{l^2} \left(\frac{E_S I_S}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

где F_n – собственная частота колебаний, m – комбинированная масса жидкости и трубы на единицу длины.

$$\bar{R} = 1 + \frac{l^2 (\Gamma - p A_f)}{4 \pi^2 E_S I_S} \quad (9)$$

где Γ – общая растягивающая сила, p – давление жидкости, A_f – площадь поперечного сечения жидкости (площадь потока).

Предложенные уравнения [22] позволяют учитывать движение расходомерной трубки, однако влияние массы датчиков, закрепленных на трубке, и источника колебаний в них не учтено. Модель проверена на практике, разница между экспериментальными и расчетными данными составила от 2% до 5%.

Таким образом, анализ существующих аналитических моделей показал, что они позволяют определить временную задержку между сигналами датчиков расходомера, вычислить массовый расход, установить влияние температуры, давления жидкости на точность измерения массового расхода. Однако, физическая картина взаимодействия колеблющейся расходомерной трубки с протекающим через нее потоком жидкости в аналитических моделях сильно упрощена.

Анализ возможностей численных моделей для решения задачи FSI. Sultan и Hemp [8] одними

из первых использовали численный подход для *ID*-моделирования системы «расходомерная трубка – жидкость» и подтвердили результаты расчетов экспериментальными данными на примере воды. Расходомерная трубка описывалась вибрирующими балками Эйлера, взаимодействующими с одномерным потоком жидкости.

В более поздних *ID*-моделях расходомерная трубка рассматривалась как балка Эйлера – Бернулли [9-11] или балка Тимошенко [13-16], а течение жидкости в ней моделировалось как одномерное течение с постоянной скоростью [2].

Бобовник и др. [11] впервые использовали *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) для моделирования движения жидкости в прямолинейной расходомерной трубке. Для этого на каждом временном шаге задавалось отклонение трубки, а для оценки чувствительности модели расходомера использовался дополнительный крутящий момент от источника колебаний.

Однако, применение *ID*-моделей ограничено простыми конфигурациями расходомерной трубки, и не позволяет исследовать влияние различных характеристик потока на выходной сигнал расходомера [23]. Численные *ID*-модели, также, как и аналитические, используют слабосвязные алгоритмы сопряжения между решением задачи гидродинамики и задачи механики твердого тела и не учитывают итеративное взаимное влияние протекающего потока на расходомерную трубку и движение самой трубки [24]. Между тем движение расходомерной трубки воздействует на поле скорости потока жидкости, которое, в свою очередь, также влияет на движение трубки. Для учета этого влияния необходимы итерационные модели *FSI* с «двусторонней связью» [24].

Впервые такую модель предложили Bobovnik и соавт. [26], которые на основании раздельного численного подхода рассмотрели взаимодействие жидкости с конструкцией в прямой измерительной трубе кориолисова расходомера и оценили влияние профиля скорости на точность работы расходомера. Авторы использовали комбинацию метода конечного объема *FVM* (*Finite-Volume Method*) для описания движения потока жидкости и метода конечных элементов *FEM* (*Finite-Element Method*) для моделирования конструкции трубки. Течение потока описывалось уравнениями Навье-Стокса, усредненными по Рейнольдсу (*RANS*), а расходомерная трубка моделировалась как оболочечная структура [23]. Авторы использовали этот подход, чтобы найти собственные частоты и разность фаз в прямотрубном кориолисове расходомере.

Позже [27] они расширили численную модель [26] для учета вынужденных вибраций расходомерной трубки при различных скоростях потока, а затем [28] для изучения влияния ошибок монтажа кориолисового расходомера на точность его показаний.

Численную модель [26] использовали другие

исследователи для изучения влияния потока жидкости на точность показаний кориолисовых расходомеров. Enz [29] изучал зависимость временного сдвига от профиля скорости путем моделирования на основе данной модели. Kumar и соав. [30] исследовали влияние потоков жидкости с малыми числами Рейнольдса на работу кориолисовых расходомеров с использованием разделенной модели *FSI*.

Романов и Бескачко [31] с помощью технологии *FSI* проводили *3D*-моделирование колебаний трубки расходомера для идеальной жидкости. Выявлено, что величина фазового сдвига, регистрируемая расходомером, зависит как от распределения гироскопических сил, так и от связанности колебательной и информационной подсистемы возбуждения. Рассмотрены различные формы расходомерных трубок и для каждой из них установлена зависимость распределения фазового сдвига от перемещения датчиковой аппаратуры по длине трубки. Отмечено, что оптимизация формы расходомерной трубки по критерию максимальности фазового сдвига ограничена взаимным влиянием колебательной системы расходомера и системой детектирования данных.

Яушев и соав. [32] на основе метода конечных элементов предложили модель расходомера, позволяющую оценить влияние изменений его размеров и плотности рабочей среды на рабочую частоту прибора. С помощью численных расчетов и экспериментальным путем определены формы колебаний кориолисова расходомера, которые затем были подтверждены модальными испытаниями.

В следующей своей работе [33] они выявили влияние на стабильность нуля упругодемпфирующих свойств, закрепленного двухтрубного кориолисового расходомера. Установлено, что на величину смещения нуля оказывают совместное влияние три фактора: наличие вблизи рабочей частоты одной из собственных частот системы «кориолисов расходомер – трубопроводы»; величина демпфирования и дисбаланс двух измерительных трубок. Выявлено, что при сближении собственной частоты системы «кориолисов расходомер – трубопроводы» с рабочей частотой прибора разность фаз колебаний двух измерительных трубок менялась на порядок больше, чем влияние смещения нуля. В связи с этим ее предложено использовать при диагностике смещения нуля, вызванного влиянием условий закрепления.

Кроме метода конечных объемов *FVM* для численного моделирования гидродинамики потока жидкости в расходомере используют также метод решеток Больцмана *LBM* (*Lattice Boltzmann Method*) [34, 35]. Высокоэффективный параллельный алгоритм этого метода, возможность применения к разным режимам гидродинамики потока и различным конструкциям расходомерной трубки представляют большие возможности для исследования влияния различных параметров на работу кориолисовых расходомеров.

Последние публикации [5, 23, 26] по численному моделированию кориолисовых расходомеров направлены поиск единых методологий моделирования, повышение точности и экспериментальное подтверждение результатов.

В исследовании [36] проанализированы характеристики расходомера Кориолиса с использованием *CFD*-моделирования, основанного на итеративном двустороннем *FSI* анализе и экспериментальных измерениях.

Авторы [23] отметили, что до сих пор нет единого мнения о выборе модели турбулентности для моделирования работы *U*-образной или *омега*-образной трубок расходомера. Сравнение различных моделей турбулентности показало, что базовая модель напряжений Рейнольдса (*RSM*) обеспечивает более высокую точность по сравнению с моделью турбулентности сдвигового напряжения на основе вихревой вязкости (*SST*), поскольку *RSM* более точно отражает кривизну потока. Авторы пришли к выводу, что при исследованиях необходимо учитывать массу датчиков, способ крепления расходомерной трубки, кроме того, следует отказаться от концепции эквивалентной длины трубки [23].

В работе [25] представлен обзор литературы, посвященный моделям *FSI* различных систем трубопроводов. Однако из 187 рассмотренных работ только 7 имеют практическое применение. Сделан вывод [5], что для создания более точных и востребованных моделей *FSI* необходимо параллельно проводить их экспериментальную проверку на находящихся в эксплуатации кориолисовых расходомерах.

Обсуждение. Приведенные выше результаты показывают, что аналитические модели позволяют более точно рассчитать временную задержку между сигналами датчиков расходомера, и вычислить массовый расход. Кроме того, они позволяют установить зависимости влияния конкретных факторов (температуры, давления жидкости и пр.) на точность измерения массового расхода. Однако, из-за того, что взаимное влияние жидкости и расходомерной трубки в аналитических моделях сильно упрощено, с помощью аналитических моделей нельзя учесть все факторы, оказывающие влияние на точность измерения.

Численное моделирование более перспективно для изучения влияния гидродинамики потока на работу кориолисовых расходомеров. Различают два подхода при численном моделировании *FSI*.

В первом подходе используют модели *FSI*, основанные на теории балок или оболочек и *ID*-модели жидкой среды, со слабосвязными алгоритмами сопряжения подзадач.

Второй подход основан на применении двусторонней итеративной *FSI*-модели с жесткосвязными алгоритмами сопряжения модели расходомерной трубки (*FEM*) и *3D*-модели жидкой среды (*CFD*).

В первом случае расходомеры исследуют путем

разработки моделей с более низкой точностью и рядом допущений [5]. Такие модели неприменимы для сложных конструкций расходомерной трубки, кроме того они не позволяют исследовать влияние характеристик потока на выходной сигнал расходомера.

Общим недостатком подходов со слабосвязными алгоритмами сопряжения является то, что они не позволяют определять собственные частоты, зависящие от геометрии трубки, свойств материала и не учитывают взаимодействие в системе «расходомерная трубка – жидкость», что приводит к отклонениям в моделируемом поведении системы от реальности [5].

Во втором случае проводят *3D*-моделирование на основе совместного использования метода конечного объема для описания движения потока жидкости и метода конечных элементов *FEM* для моделирования конструкции трубки. Такой подход позволяет достичь более высокой точности.

Таким образом, для исследования задачи *FSI* на практике, т.е. для улучшения точности кориолисовых расходомеров, находящихся в эксплуатации, рекомендуется использовать двусторонние итеративные *FSI*-модели с жесткосвязными алгоритмами сопряжения модели расходомерной трубки (*FEM*) и *3D*-модели жидкой среды (*CFD*). При этом в качестве базовой модели турбулентности использовать *RSM*-модель.

К ограничениям данных моделей можно отнести высокую стоимость и сложность вычисления на отдельных вычислительных машинах, поэтому применение алгоритмов высокоточных численных моделей для компенсации погрешностей расходомера на месте эксплуатации в режиме реального времени, в настоящее время затруднительно ввиду высоких вычислительных и временных затрат.

Выводы. На основании сравнительного анализа результатов моделирования процессов, протекающих в системе «расходомерная трубка – жидкость» в кориолисовых расходомерах установлено, что аналитические модели позволяют выявить влияние температуры, давления и пульсации потока на точность измерения массового расхода в кориолисовых расходомерах, а также получать упрощенные модели описываемой системы без специального программного обеспечения. Возможность применения аналитических моделей ограничена простой формой расходомерной трубки и строго ограниченной областью применимости.

Численные методы моделирования системы «расходомерная трубка – жидкость» *FSI* с жесткосвязным алгоритмом сопряжения позволяют проводить оценку конструкции расходомера, а именно определять точки установки датчиков и источника колебаний, выявлять участки возникновения турбулентности, рассчитывать опарафинивание трубки и его влияние на скорость протекания жидкости, рассчитывать амплитуду и частоту колебаний в зависимости от формы расходомерной трубки и др.

Возможность применения численных 3D-моделей ограничена высокими вычислительными и временными затратами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Kazahaya M. A mathematical model and error analysis of Coriolis mass flowmeters // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 2010. № 60. P. 1163-1174. DOI: 10.1109/TIM.2010.2086691.
2. Романов В.А., Тараненко П.А. Оценка диссипативных свойств колебательной системы серийного образца расходомера Кориолиса // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* 2020. № 2. С. 134-144. DOI: 10.15593/pern.mech/2020.2.11.
3. Кузьмин И.М., Тонков Л. Е. Распределенные вычисления в сопряженных задачах взаимодействия течений газа и многих деформируемых тел // *Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета.* 2020. Т. 56. С. 30-40. DOI: 10.20537/2076-7633-2014-6-1-79-97.
4. Копысов С.П., Кузьмин И.М., Недождогин Н.С., Новиков А.К., Рычков В.Н., Тонков Л.Е. Квазиньютоновский метод для неявного связывания сопряженных задач FSI. *Химическая физика и мезоскопия.* 2015. Т. 17. №4. С. 523-530.
5. Birjandi A.K., Sh. Shayegan, K.-U. Bletzinger, R. Wüchner. Development of a high-fidelity partitioned Fluid-Structure Interaction model of an Omega-shaped Coriolis Mass Meter and comparison with experimental data. *Journal of Fluids and Structures.* 2022. V. 110. 103510. DOI:10.1016/j.jfluidstructs.2022.103510.
6. Hon A. Numerical methods for fluid-structure interaction – a review. *Commun. Comput. Phys.* 2012. № 12. P. 337-377. DOI:10.4208/cicp.291210.290411s.
7. Degroote J., Bathe, K.J., Vierendeels, J. Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid-structure interaction. *Comput. Struct.* 2009. № 87. P. 793-801. DOI:10.1016/j.compstruc.2008.11.013.
8. Sultan G., Hemp J. Modelling of the Coriolis mass flowmeter // *Journal of Sound and Vibration.* – 1989. – V. 132 (3). – P. 473-489.
9. Kutin J.; Bajsić I. An analytical estimation of the Coriolis meter's characteristics based on modal superposition. *Flow Meas. Instrum.* 2002. № 12. P. 345-351.
10. Guirguis Samer, ShangChun Fan, Modeling of Coriolis mass flow meter of a general plane-shape pipe, *Flow Meas. Instrum.* 2010. V. 21 (1). P. 40-47. DOI:10.1016/j.flowmeasinst.2009.11.004.
11. Bobovnik G., Kutin J., Bajsić I. The effect of flow conditions on the sensitivity of the coriolis flowmeter. *Flow Meas. Instrum.* 2004. V. 15. P. 69-76. DOI:10.1016/j.flowmeasinst.2003.12.001.
12. Stack C.P. Design and Analysis of Coriolis Mass Flowmeters using MSC/NASTRAN / C.P. Stack // *Conf. on MSC World Users.*, 1993. P. 1-17.
13. Stack C.P. A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam / C.P. Stack, R.B. Garnett, G.E. Pawlas // *Proceedings of the 34th AIAA/ASME structures, structural Dynamics and Material Conference.* 1993. V. 4. P. 2120-2129.
14. Wang T., Baker R.C. An advanced numerical model for single straight tube Coriolis flowmeters // *Journal of Fluids Engineering.* 2006. Vol. 128. I. 6. P.1346-1350. DOI:10.1115/1.2353266.
15. Ruoff J., Hodapp M., Kück H. Finite element modelling of Coriolis mass flowmeters with arbitrary pipe geometry and unsteady flow conditions // *Flow Measurement and Instrumentation.* 2014. V. 37. P. 119-126. DOI:10.1016/J.FLOWMEASINST.2014.03.010.
16. Belhadj A., Cheesewright R., Clark C. The simulation of Coriolis meter response to pulsating flow using a general purpose fecode. *J. Fluids Struct.* 2000. № 14. P. 613-634.
17. Cheesewright R., Clark C. The effect of flow pulsations on Coriolis mass flow meters. *J. Fluids Struct.* 1998. № 12. P. 1025-1039.
18. Cheesewright R., Belhadj A., Clark C. Effect of mechanical vibrations on Coriolis mass flow meters, *J. Dyn. Syst. Meas. Contr.* 2003. 125(1). DOI:10.1115/1.1539098.
19. Wang L.J., Hu L., Zhu Z.C., Ye P., Fu X. Analytical calculation of sensitivity for Coriolis mass flowmeter. 2011. № 44. P. 1117-1127. DOI:10.1016/j.measurement.2011.03.011.
20. Zheng D., Wang S., Bei, L., Fan S. Theoretical analysis and experimental study of Coriolis mass flow sensor sensitivity. *Journal of Fluids and Structures.* 2016. № 65. P. 295-312. DOI:10.1016/j.jfluidstructs.2016.06.004.
21. Razzillier H., Durst F. Coriolis-effect in mass flow metering, *Arch. Appl. Mech.* 1991. 61 (3). P. 192-214.
22. Ford C.L. A simple parametric design model for straight-tube Coriolis flow meters, *Flow Measurement and Instrumentation.* 2021. V. 79. 101958. DOI:10.1016/j.flowmeasinst.2021.101958.
23. Shavrina E., Nguyen V.-T., YanZ., Khoo B.C. Fluid-Solid Interaction Simulation Methodology for Coriolis Flowmeter Operation Analysis. *Sensors.* 2021. № 21. 8105. DOI:10.3390/s21238105.
24. Wang T., Baker R. Coriolis flowmeters: a review of developments over the past 20 years, and an assessment of the state of the art and likely future directions // *Flow Measurement and Instrumentation.* 2014. V. 40. P. 99-123. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2014.08.015.
25. Li S., Karney, B.W., Liu, G. Fsi research in pipeline systems-a review of the literature. *J. Fluids Struct.* 2015. 57. P. 277-297. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2015.06.020.
26. Bobovnik G., Mole N., Kutin J., Štok B., Bajsić, I. Coupled finite-volume/finite-element modelling of the straight-tube Coriolis flowmeter. *J. Fluids Struct.* 2005. 20. P. 785-800. DOI:10.1016/j.jfluidstructs.2005.04.008.
27. Mole, N., Bobovnik, G., Kutin, J., Štok, B., Bajsić, I. An improved three-dimensional coupled fluid-structure model for Coriolis flowmeters. *J. Fluids Struct.* 2008. 24. P. 559-575. DOI:10.1016/j.jfluidstructs.2007.10.004.
28. Bobovnik G., Kutin J., Mole N., Štok B., Bajsić I. Numerical analysis of installation effects in Coriolis flowmeters: A case study of a short straight tube full-bore design, *Flow Measurement and Instrumentation.* 2013. V. 34. P. 142-150. DOI:10.1016/j.flowmeasinst.2013.10.004.
29. Enz S. Factors Affecting Coriolis Flowmeter Accuracy, Precision, and Robustness. Kgs. Lyngby, Denmark: Technical University of Denmark, 2010. 210 p. (DCAMM Special Report; No. S119).
30. Kumar V., Anklin M., Schwenter B. Fluid-Structure Interaction (FSI) Simulations on the Sensitivity of Coriolis FlowMeter Under Low Reynolds Number Flows // *Proceedings of the 15th Flow Measurement Conference (FLOMEKO), Taipei, Taiwan.* 2010. P. 13-15.
31. Романов В.А., Бескачко В.П. Идентификация гироскопических сил в колебательной системе расходомера Кориолиса // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* 2021. № 3. С. 129-140. DOI: 10.15593/pern.mech/2021.3.12.
32. Yaushev A.A., Taranenko P.A., Loginovskiy V.A. Study of the oscillation modes of a Coriolis flowmeter using a parametric finite element model, verified by the results of modal testing, *Procedia Eng.* 2016. 150. P. 336-340. DOI:10.1016/j.proeng.2016.07.027.
33. Яушев А.А. Расчетно-экспериментальное исследование стабильности нуля кориолисового расходомера в зависимости от упругодемпфирующих свойств закрепления / А.А. Яушев, П.А. Тараненко // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение.* 2019. Т. 19. № 1. С. 47-55. DOI: 10.14529/engin190105.
34. Haussmann M., Reinshaus P., Simonis S., Nirschl H., Krause M.J. Fluid-Structure Interaction Simulation of a Coriolis Mass Flowmeter Using a Lattice Boltzmann Method. *Fluids.* 2021. № 6. P. 167. DOI:10.3390/fluids6040167.
35. Krause M.J., et al. OpenLB – Open source lattice Boltzmann code, *Computers & Mathematics with Applications.* 2021. V.81. P.258-288. DOI:10.1016/j.camwa.2020.04.033.
36. Gace D.A. On the performance of a Coriolis Mass Flowmeter (CMF): experimental measurement and FSI simulation. *Int. J. Metrol. Qual. Eng.* 2022. V.13. id.3. P.15. DOI: 10.1051/ijmqe/2022002.

Статья поступила в редакцию 01.08.2022

Статья принята к публикации 16.09.2022