УДК 330.42
DOI: 10.26140/anie-2020-0902-0062

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТРАНСПОРТНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ПРЕДПРИЯТИЙ

SPIN: 1165-5871
AuthorID: 231867
ORCID: 0000-0002-6607-0744
Павлова Елена Сергеевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Высшая математика и математическое образование»
SPIN: 3906-0853
AuthorID: 708370
ResearcherID: Г-2130-2017
ORCID: 0000-0002-9533-5406
Кошелева Наталья Николаевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Высшая математика и математическое образование»
Тольяттинский государственный университет
(445020, Россия, Тольятти, улица Белорусская, 14, e-mail: cavva01@mail.ru@mail.ru)
Кошелева Анастасия Игоревна, студент факультета «Санкт-Петербургская школа экономики и менеджмента» образовательная программа международный бизнес и менеджмент
Национальный исследовательский университет Высшей школы экономики
(194100, Россия, Санкт-Петербург, улица Кантемировская, 3А, e-mail: nastena.kosheleva.01@mail.ru)

Аннотация. В настоящее время в обществе наметилась тенденция всеобщей оптимизации производственных процессов. В статье приведен анализ методов решения рассматриваемой проблемы. Предложены две возможные модели линейного программирования для их дальнейшего объединения в одну – комплексную модель (модели производственной и транспортной задач). Нами представлена целочисленная булева модель математического моделирования для решения комплексной задачи и подобран алгоритм оптимального поиска решения из расчета скорейшей сходимости к оптимальному. Показано, что классические задачи, имеющие более одной проблемы, которые можно представить в виде линейных моделей, стоит решать, не последовательно, а комплексно. Особенность модели заключается в том, что она учитывает нормы трудозатрат производства, удовлетворяет потребности в конечных пунктах, также учитывает параметр затрат на транспортировку (экзогенно задан), объем продукции на складе, цены реализации продукции потребителям. Показано, что в случае, если к задаче добавляются дополнительные экономически интересующие параметры, то могут быть разработаны модификации модели, описанной ниже. Процесс оптимизации ведется по следующим параметрам: денежные издержки, возникающие при транспортировке – минимизация, прибыль, возникающая в ходе реализации товара - максимизация. Задача относится к классу нетривиально-комбинаторному, что свидетельствует о ее актуальности в рамках современной цифровой экономики.

Ключевые слова: оптимизация, максимальный поток, линейное программирование, транспортно-производственные задачи, математическое моделирование, производственные процессы.

AN INTEGRATED APPROACH TO OPTIMIZING THE SOLUTION OF CERTAIN TRANSPORT AND PRODUCTION TASKS OF ENTERPRISES

Pavlova Elena Sergeevna, candidate of pedagogical sciences associate professor of the chair “Higher mathematics and mathematical education”
Kosheleva Natalia Nikolaevna, candidate of pedagogical sciences associate professor of the chair “Higher mathematics and mathematical education”
Togliatti State University
(445000, Russia, Togliatti, Belorusskaya St., 14, e-mail: cavva01@mail.ru)
Kosheleva Anastasia Igorevna, student St. Petersburg school of Economics and management educational program international business and management
National Research University of the Higher School of Economics
(194100, Russia, Saint Petersburg, 3A Kantemirovskaya street, e-mail: nastena.kosheleva.01@mail.ru)

Abstract. Currently, there is a General optimization of production processes. The article presents an analysis of methods for solving the problem under consideration. Two possible models of linear programming are considered for their further integration into one complex model (models of production and transport tasks). We present an integer Boolean model of mathematical modeling for solving a complex problem and select an algorithm for optimal solution search based on the calculation of the fastest convergence to the optimal one. It is shown that classical problems that have more than one problem, which can be represented as linear models, should be solved, not sequentially, but in a complex way. The feature of the model is that it accounts for labor time of production, meets the needs of end points, the parameter also takes into account transportation costs (exogenous set), the volume of products in stock, the sales prices of products to consumers. It is shown that if additional parameters of economic interest are added to the problem, modifications of the model described below can be developed. The optimization process is carried out according to the following parameters: monetary costs arising during transportation-minimization, profit arising during the sale of goods-maximization. The problem belongs to the nontrivial-combinatorial class, which makes it relevant in the modern digital economy.

Keywords: Optimization, maximum flow, linear programming, transport and production tasks, mathematical modeling, production processes.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время идет всеобщая оптимизация производственных процессов [1]. Оптимизация производства является непрерывным процессом, обусловленным современными требованиями экономики, быстро растущей конкуренцией и постоянно меняющимися условиями на рынке. Как правило, этот процесс преследует две конкретные цели: максимально повысить эффективность производства какого-либо товара, снизив при этом материальные и временные затраты. Оптимизировать производственный процесс - это производственная задача, которая применима к любому предприятию на каждом этапе его развития [2]. Иногда возникают такие задачи, когда нужно срочно оптимизировать производство, или его дальнейшее существование будет невыгодным [1, 2]. Рентабельность предприятия достигается за счет удешевления рабочей силы или применения дешевого сырья, энергии. Когда же происходит рост цен на эти компоненты, то производство становиться более затратным и менее рентабельным. Компания должна сократить расходы и вынуждена применять более эффективные технологии производства [1, 2, 3].

Способ, который существенно сокращает расходы, должен комплексно отвечать на вопрос об объемах и количествах производства [1, 2, 3]. Поэтому, чтобы ответить на вопрос о максимально возможной экономии, нужно решить задачи о:

1) занятости трудового ресурса на производстве – каким образом использовать рабочих на предприятии.

2) транспортировке грузов с использованием существующей транспортной системы района.

Предложенные аргументы будут ключевыми при принятии решений об оптимизации на новых предприятиях.

Комплексная задача оптимального поиска решения обычно сводится к двум этапам. В самом начале отдельно вычисляется производственная задача. Потом рассматривается так называемая транспортная задача, которая строит план об оптимальной транспортировке груза из пункта отправления в пункт приема. Данное решение проблемы не рассматривает все оптимальные объемы производства и транспортировки [4,5].

Данная задача является комбинаторной сложной комбинацией при огромной выборке мест.

Рассмотрим решение нетривиальной транспортно-производственной проблемы в терминах математического моделирования.

МЕТОДОЛОГИЯ

В таблице 1 приведены три приема решения транспортно-производственной задачи.

Таблица 1 - Приемы решения транспортно-производственной задачи

Метод решения задачи	Особенность метода решения	«Большие данные» - проблема	Сходимость	Сложность При вычислении
Квадратическое программирование [4, 5, 6]	Сначала строиться квадратическая математическая модель, потом с помощью стандартных алгоритмов находиться оптимальное решение	Не решена	Средняя	Высокая
Supply Chain Management [7, 8, 9]	Происходит поиск произвольной математической модели. С помощью различных алгоритмов происходит оптимизация процесса решения задачи	Решена	Низкая	Высокая
С помощью теории графов [10, 11, 12]	Применяются основные алгоритмы теории графов	Не решена	Низкая	Высокая

Используем свои знания об алгоритмах Литтла [6,7,8], построим модель линейного целочисленного программирования. При нахождении оптимального решения применяем данный алгоритм, так он обеспечивает высокую степень сходимости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Матрица трудозатрат на производство товара типа j в пункте i имеет вид

$$A = \{A_{ij}\}, i = 1{:}n, j = 1{:}m.$$

Предположим, что матрица b_i – есть запас на i пункте производства ресурсов и имеет вид:

$$b = \{b_i\}, i = 1{:}n.$$

Положим спрос продукции в $t = 1{:}\theta$ конечном пункте потребления выглядит как матрица:

$$B = \{B_t\}, t = 1{:}\theta.$$

Вектор цен для реализации товара:

$$p = \{p_j\}, j = 1{:}m$$

Матрица затрат на транспортировку груза из пункта i в j представляет собой следующую матрицу:

$$C = \{C_{ij}\}, i = 1{:}n, j = 1{:}m$$

Рассмотрим две классические модели линейного программирования с учетом всех выше перечисленных условий.

Первая транспортная задача [10].

Пусть x_{ij} – есть количество товара, перевезенного из пункта i в j. Необходимо минимизировать расходы, когда целевая функция примет вид [1, 11]:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} c_{ij} \to \min \quad ,$$

в данной формуле c_{ij} - матрица затрат на перевозку груза.

При решении задач также надо учесть спрос потребителя, тогда:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_j, j = 1{:}m$$

и обязательно учтем запасы на складе, тогда [15]:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le b_i, i = 1{:}l$$

Перейдем теперь ко второй производственной задаче [12].

Количество товара j, подлежащие производству исходя из условий оптимальности обозначим через $k_j k_j$.

Исходя из условия задачи, прибыль должна достигнуть своего максимума. Математически это выглядит так:

$$\sum_{i=1}^{m_1} k_j\, p_j \to \max$$

Исходя из наличия запасов сырья ограничения примут вид:

$$\sum_{j=1}^{m_1} A_{ij}\, k_j \le b_i, i = 1{:}n_1$$

Количество продукции может быть только целым значением, тогда

$$k_j \in Z^+.$$

Получим модель математического моделирования для решения комплексной задачи с алгоритмом оптимального поиска решения из расчета скорейшей сходимости к оптимальному[13,14].

Каждое предприятие имеет большие ограничения в различных ресурсах.

Обозначим через a_j - количество производимого товара в имеющем j пункте производства. Из данного условия получаем следующее математическое неравенство [15, 16]:

$$\sum_{j=1}^{m} A_{ij}\, a_j \le b_i, i = 1{:}n.$$

Также в виде математического равенства записывается удовлетворенность спроса в конечных пунктах транспортировки груза. Пусть x_{jt} - это переменная, ограничивающая количество товара, которое транспортируют из пунктов производства j в пункты потребления t. Имеем равенство:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{jt} = B_t, t = 1{:}\theta\ .$$

Необходимо создать условия для реализации всей продукции предприятий, исходя из этого, получаем следующий математический вид :

$$\sum_{t=1}^{\theta} x_{jt} = a_j, j = 1{:}m$$

Вид целевой функции станет следующим:

$$\sum_{j=1}^{m} a_j\, p_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{t=1}^{\theta} c_{jt} x_{jt} \to \min$$

Доопределим ограничениями на неотрицательность переменных систему:

$a_j, x_{jt} \in Z^+$

Последние четыре ограничения описывают математическую модель задачи представленной выше. Математическая модель линейная и является задачей линейного целочисленного булевского программирования[17].

Рассмотрим пример задачи:

Матрица затрат на перевозку груза имеет следующий вид: $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0.9 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. А матрица трудозатрат задана в виде: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 8 & 10 \\ 2 & 2 & 1 & 10 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 9 & 8 & 9 \\ 0 & 10 & 20 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$. Вектор запасов ресурсов выглядит следующим образом: $b = [100, 100, 103, 67, 89, 98, 39]$. Потребности в конечных пунктах потребления представлены в виде: $B = [1, 1, 5]$. Также представлен вектор цен $p = [1, 2, 30, 1, 10]$.

Все данные в условии мы загрузили в базу https://pastebin.com/hidshDDj . И в среде Matlab произвели решение задачи на графах[18]. При решении задач, относящихся к виду транспортных, целесообразно использовать теорию графов[19]. Причем существует несколько приемов: 1)вершинам графов ставятся в соответствие точки размещения или, другими словами, выгрузки товара; 2) ребро графа, идущее от одной его вершины к другой, имеет направление, которое дает информацию о перемещении товара из одного (начального) пункта в другой (конечный).

Визуально граф матрицы -затрат С представлен на рисунке 1.

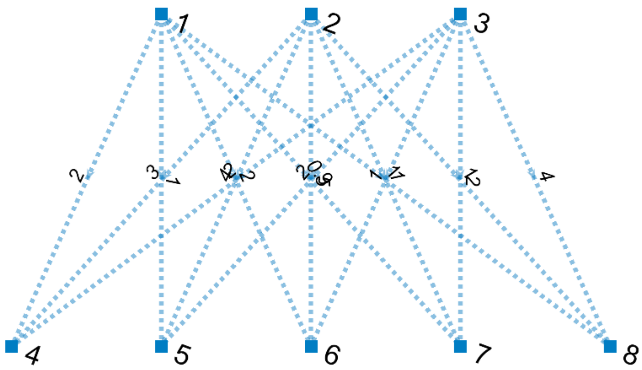

Рисунок 1- Произвольная визуализация решения транспортной подзадачи.

Следующий рисунок 2 визуализирует решение транспортной подзадачи по транспонировке.

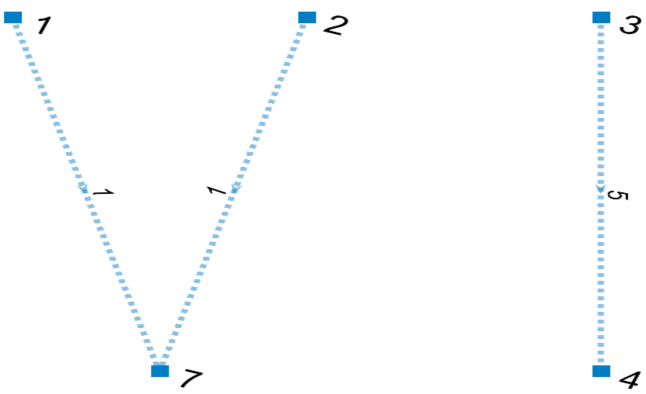

Рисунок 2- Визуальное представление результата решения транспортной задачи

Почему удобно решать транспортные задачи с применением теории графов? Потому что именно этот способ решения позволяет наглядно представить перемещение товара от места его производства к месту сбыта. Причем данное движение груза будет гарантированно оптимальным[20].

Таким образом, построенная модель линейного целочисленного программирования при нахождении оптимального решения производственной задачи обеспечивает высокую степень сходимости задачи.

ВЫВОДЫ

В данной работе нами разобраны две вариации постановки транспортной задачи о перемещении грузов. Предложены алгоритмы и способы решения этих задач.

Визуализирована трудность в нахождении решений подобных проблем. Рассмотрен пример с применением графа на восьми вершинах. Сделан вывод, что пакет Matlab способен решить такую задачу. Подобная постановка задачи и предложенная модель возможны к использованию на любом предприятии, где есть необходимость в оптимизации производства и сбыта, в условиях минимизации издержек.

Решение подобной задачи помогает найти лучшие пути и методы транспортировки товара, ликвидировать излишне дальние, встречные и повторные перевозки. Вышеуказанные способы решения транспортно-производственных задач минимизируют время, необходимое для передвижения производимого товара, сокращает траты предприятий, вызванные процессами обеспечения сырьевой продукцией, материалами, топливом, оборудованием и другими.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. Единая модель производственной, транспортной, учета времени, максимального // Экономика и предпринимательство. 2018. № 9 (98). С. 849-853.*
2. *Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. Обобщение задач транспортной, учета времени, максимального потока в рамках единой экономической модели // Экономика и предпринимательство. 2018. № 9 (98). С. 813-816.*
3. *Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. Решение транспортной задачи линейного программирования с учетом времени и максимального потока // Транспортное дело России. 2018. № 4. С. 79-82.*
4. *Палий И.А. Введение в линейное программирование: Учебное пособие. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2007. - 200 с.*
5. *Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е., Олейник Е.Б. Комплексное решение задачи оптимизации процессов производства и транспортировки продукции // Вопросы экономики и права. 2018. № 121. С. 81-85.*
6. *Палферова С.Ш., Кузнецова О.А., Павлова Е.С. Проектирование системы профилирования математической подготовки бакалавров технического профиля на основе интегративного подхода // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2018. Т. 7. № 2 (23). С. 190-195.*
7. *Kuznetsova O.A., Palferova S.Sh., Sherstobitova A.A. APPLICATION OF MULTIVARIATE STATISTICAL METHODS FOR ASSESSMENT OF EDUCATIONAL COMPETENCIES // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2019. Т. 144. С. 609-618.*
8. *Лунгу К.Н., Макаров Е.В., Нефедова И.В. Основы проектирования учебно-методического комплекса по математике для студентов технических специальностей //Наука и современность. 2014. № 27. С. 70-74.*
9. *Андреева Н.Б., Букатина И.С. Интегративный подход при формировании многоуровневых заданий //Современные информационные технологии. 2015. № 21. С. 158-160.*
10. *Рогулин Р.С., Плешанов Д.Е., Нечаев П.В. Комплексная оптимизационная модель процессов производства и транспортировки продкции // Дискурс. 2018. № 5. С. 66-73*
11. *Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. – М.: Мир, 1971. – 534 с.*
12. *Писарук Н. Н., Исследование операций – Минск: БГУ, 2015. – 304 с.*
13. *Кошелева Н.Н., Павлова Е.С. Формирование эврического и творческого мышления у школьников и студентов при изучении математики // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2017. Т. 6. № 3 (20). С. 170-173.*
14. *Липская Л.А., Сиротин О.А. Проектирование учебно-методических комплексов на компетентностной основе // Сибирский педагогический журнал. 2013. № 4. С. 234-238.*
15. *Козлов В.Н. Колесников Д.Н. Сиднев А.Г. Решение задач математического программирования. СПб.: СПбГТУ, 1992 – 112с*
16. *Касьянов В.Н. Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.*

17. Орлов А. И. Основы теории принятия решений.- Москва, 2002.
18. Федосеев В.В. и др. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебное пособие для ВУЗов. - М.: Юнити, 2002.
19. Каравайцева А.А. Решение транспортных задач с помощью теории графов // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015 . Т.3. № 8-3 (19-3). С. 286-288.
20. Мэйсон Дж., Бёртон Л., Стэйси К. Математика - это просто 2.0. Думай математически [Электронный ресурс] . М. : Техносфера, 2015. 352 с.

Статья поступила в редакцию 19.02.2020
Статья принята к публикации 27.05.2020