

УДК 519.6

DOI: 10.46548/21vek-2021-1056-0013

**АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА  
В ПОРАХ ПРОТОЧНОГО ТРЕХМЕРНОГО ЭЛЕКТРОДА ИЗ УГЛЕГРАФИТОВОГО  
ВОЛОКНИСТОГО МАТЕРИАЛА**

© 2021

**Кузина Валентина Владимировна**, кандидат технических наук,  
доцент кафедры «Информационно-вычислительные системы»

**Гвоздева Ирина Геннадьевна**, старший преподаватель кафедры  
«Информационно-вычислительные системы»

**Кошев Александр Николаевич**, доктор химических наук,  
профессор кафедры «Информационно-вычислительные системы»  
*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства*  
(440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28,  
e-mails: kuzina@pguas.ru, gvozdz\_69@mail.ru, koshev@pguas.ru)

**Варенцов Валерий Константинович**, доктор технических наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник лаборатории гетерогенных систем  
*Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН*  
(630128, Россия, г. Новосибирск, ул. Кутателадзе, 18, e-mail: vvk@ngs.ru)

**Аннотация.** Для исследования свойств электрохимических процессов, протекающих в объеме проточных трехмерных электродов с катодами из углеродных волокнистых материалов, в статье используются методы математического моделирования. Предложен вывод системы уравнений, позволяющей проводить анализ поведения электрохимических функций в зависимости от комплексов электрохимических и технологических параметров, а также вычислительные эксперименты для расчета распределения потенциала и концентрации электроактивного вещества по толщине электрода. Кроме того, представленные формулы целесообразно применять для расчета начальных и промежуточных значений потенциала, плотности тока и концентрации, необходимых для решения поставленных краевых задач методом «стрельбы», который обычно используется при решении двухточечных граничных задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Цель исследования – разработка математической модели в виде системы алгебраических уравнений для теоретического анализа и оптимизации электрохимических параметров и режимов использования реакторов с проточными трехмерными электродами, а также для выявления наиболее удачных конструктивных параметров электролизеров с катодами из углеродных волокнистых материалов. В результате исследования показано, что приведенные в статье математические модели, представляющие собой более простые уравнения и соотношения для выполнения расчетов, удовлетворяют принятым корректным допущениям и упрощениям.

**Ключевые слова:** математическое моделирование электрохимических процессов, проточные трехмерные электроды, углеродные волокнистые материалы, устойчивость и разрешимость моделирующих уравнений.

**ALGEBRAIC MODEL FOR CALCULATION OF THE ELECTROCHEMICAL PROCESS IN THE PORES  
OF A THREE-DIMENSIONAL FLOW ELECTRODE FROM A CARBON FIBER MATERIAL**

© 2021

**Kuzina Valentina Vladimirovna**, candidate of technical sciences,  
associate professor of the department «Information and computing systems»

**Gvozdeva Irina Gennadiyevna**, senior lecturer of the department «Information and computing systems»

**Koshev Alexander Nikolaevich**, doctor of chemistry science,  
professor of the department «Information and computing systems»

*Penza State University of Architecture and Construction*  
(440028, Russia, Penza, German Titov St., 28, e-mails: kuzina@pguas.ru, gvozdz\_69@mail.ru, koshev@pguas.ru)

**Varentsov Valery Konstantinovich**, doctor of technical sciences, professor  
*Solid State Chemistry and Mechanochemistry of Siberian branch of Russian Academy of Science*  
(630128, Russia, Novosibirsk, st. Kutateladze, 18 E-mail: vvk@ngs.ru)

**Abstract.** To study the properties of electrochemical processes occurring in the volume of flowing three-dimensional electrodes with cathodes made of carbon-graphite fibrous materials, the article uses methods of mathematical modeling. The derivation of a system of equations is proposed, which makes it possible to analyze the behavior of electrochemical functions depending on the complexes of electrochemical and technological parameters, as well as computational experiments to calculate the distribution of the potential and concentration of an electroactive substance over the thickness of the electrode. In addition, it is advisable to apply the presented formulas to calculate the initial and intermediate values of the potential, current density and concentration required to solve the set boundary value problems by the “shooting” method, which is usually used to solve two-point boundary value problems for systems of ordinary differential equations. The aim of the study is to develop a mathematical model in the form of a system of algebraic equations for the theoretical

analysis and optimization of electrochemical parameters and modes of use of reactors with flowing three-dimensional electrodes, as well as to identify the most successful design parameters of electrolyzers with carbon fiber cathodes. As a result of the study, it is shown that the mathematical models presented in the article, which are simpler equations and ratios for performing calculations, satisfy the accepted correct assumptions and simplifications.

**Keywords:** mathematical modeling of electrochemical processes, flowing three-dimensional electrodes, carbon-graphite fibrous materials, stability and solvability of modeling equations.

**Введение.** Электрохимические процессы, протекающие в объеме проточных трехмерных электродов (ПТЭ) с катодами из углеродистых волоконистых материалов [1-7], несмотря на многочисленные исследования эффективности их использования для решения различных технологических задач [6-10], требуют дальнейшего изучения, которое позволило бы определять оптимальные условия их эксплуатации и наиболее удачные конструктивные параметры. Решение подобных задач стало особенно актуальным в связи с разработкой новых углеродистых материалов и возможностью электрохимического преобразования их свойств с целью получения оптимальных результатов использования реакторов с ПТЭ.

**Цель** исследования – разработка математической модели в виде системы алгебраических уравнений для теоретического анализа и оптимизации электрохимических параметров и режимов использования реакторов с проточными трехмерными электродами, а также для выявления наиболее удачных конструктивных параметров электролизеров с катодами из углеродных волоконистых материалов.

Описание процессов электроосаждения металлов на проточный трехмерный электрод представляет собой, в общем случае, распределенную систему дифференциальных и интегральных уравнений, расчеты по которым осложнены в силу имеющихся математических и вычислительных особенностей краевых задач [11-19].

Как для теории, так и для практики исследований процессов в ПТЭ, представляет интерес разработка таких математических моделей, которые, посредством корректных допущений и упрощений, представляют собой более простые уравнения и соотношения для проведения расчетов систем, удовлетворяющих принятым допущениям.

**Материалы и результаты исследований.** Обозначим электрохимические и технологические константы и переменные в соответствии с общепринятыми правилами [20]:  $J_s(x)$  – общая плотность тока в точке электрода  $x$ ,  $0 \leq x \leq L$ ;  $L$  – толщина электрода;  $j_0$  – плотность тока обмена;  $\kappa_T$  – электропроводность твердой фазы;  $\kappa_{ж}$  – электропроводность жидкой фазы;  $E(x)$  – потенциал в точке электрода с координатой  $x$ ;  $S_v$  – удельная реакционная поверхность;  $C(x)$  – концентрация электроактивных частиц в точке  $x$ ;  $C_0$  – концентрация электроактивных частиц в глубине раствора;  $v$  – скорость притока электролита;  $\alpha$ ,  $Z$ ,  $F$ ,  $R$ ,  $T$  – электрохимические и физические параметры.

Распределение потенциала и плотности поляризуемого тока описывается системой дифференциальных уравнений [14]:

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{-\kappa'_T(x) \kappa_{ж}}{\kappa_T(x)(\kappa_T(x) + \kappa_{ж})} \frac{dE}{dx} + S_v \left( \frac{1}{\kappa_T(x)} + \frac{1}{\kappa_{ж}} \right) J_s(x); \quad (1)$$

$$J_s(x) = j_0 \frac{\exp(\alpha Z F E(x) / RT) - \exp((\alpha - 1) Z F E(x) / RT)}{1 + j_0 \exp(\alpha Z F E(x) / RT) / Z F \kappa_m C(x)}; \quad (2)$$

$$\frac{dC}{dx} = -\frac{S_v}{v Z F} J_s(x); \quad (3)$$

$$\frac{dE}{dx}(0) = -\frac{J_{cp}}{\kappa_T(0)}; \quad \frac{dE}{dx}(L) = \frac{J_{cp}}{\kappa_{ж}}; \quad C(0) = C_0. \quad (4)$$

Ниже приводится вывод системы алгебраических уравнений, позволяющей в ряде случаев корректно рассчитывать распределение электрохимических функций по толщине ПТЭ.

Интегрирование моделирующей системы с помощью степенных рядов.

Введем обозначения комплексов электрохимических и технологических параметров:

$$K_1 = \frac{\kappa_T + \kappa_{ж}}{\kappa_{ж} \kappa_T} S_v j_0; \quad K_2 = \frac{\alpha Z F}{RT}; \quad K_3 = \frac{(1 - \alpha) Z F}{RT};$$

$$K_4 = j_0; \quad K_5 = Z F \kappa_m; \quad K_6 = \frac{\kappa_T \kappa_{ж} K_m}{(\kappa_T + \kappa_{ж}) v};$$

$$K_7 = \frac{S_v j_0}{v Z F}; \quad K_8 = j_0 - \frac{K_6 K_m}{(\kappa_T + \kappa_{ж}) v} + C_0 Z F \kappa_m;$$

$$E_1 = -\frac{I}{\kappa_T}.$$

Тогда система дифференциальных уравнений, описывающая процесс электроосаждения металла на ПТЭ с учетом изменения его концентрации по толщине, запишется следующим компактным образом:

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = K_1 \left( \frac{\exp(K_2 E) - \exp(-K_3)}{1 + K_4 \exp(K_2 E) / K_5 C(x)} \right);$$

$$\frac{dC}{dx} = K_7 \left( \frac{\exp(K_2 E) - \exp(K_3 E)}{1 + \exp(K_2 E) / (K_5 C(x))} \right).$$

Предположим, что функция  $E(x)$  – близка к линейной в окрестности точки  $x = 0$ . Получим приближенные формулы, дающие решение системы, удовлетворяющее начальным условиям:

$$E(0) = E_0; \quad E'(0) = E_1; \quad C(0) = C_0 \quad (5)$$

Анализируя правые части равенства, замечаем, что

$$\frac{d^2 E}{dx^2} \text{ и } \frac{dC}{dx} \text{ связаны линейно: } \frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{K_1 dC}{K_7 dx} \text{ или } \frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{K dC}{dx}, \quad (6)$$

где  $K = K_1 / K_7 > 0$

Интегрируя обе части уравнения (6), получим:

$$\frac{dE}{dx} = K C(x) - \bar{C}, \quad (7)$$

где  $\bar{C}$  – произвольная постоянная.

Из равенства (7) следует, что если найдено  $E(x)$ , то всегда можно определить  $C(x)$  по формуле:

$$C(x) = \frac{1}{K} \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right). \quad (8)$$

Этим выражением мы воспользуемся в дальнейшем.

Подставляя  $C(x)$ , записанное в виде (8), в первое уравнение, получаем нелинейное уравнение второго порядка относительно функции  $E(x)$ :

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} = K_1 \cdot \frac{e^{K_2 \cdot E} - e^{-K_3 \cdot E}}{1 + K_4 \cdot \frac{K_5}{K} \cdot \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right)}. \quad (9)$$

Таким образом, от «связанной» системы мы перешли к «расщепленному» уравнению (9). Заметим, что подстановка  $K_5/K = K_6$  упрощает вид уравнения (9):

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = K_1 \cdot \frac{K_6 \cdot \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right) \cdot (e^{K_2 \cdot E} - e^{-K_3 \cdot E})}{K_4 \cdot e^{K_2 \cdot E} + K_6 \cdot \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right)}. \quad (10)$$

Представляя экспоненты, фигурирующие в уравнении (10), в виде рядов и отбрасывая члены второго и более высоких порядков малости относительно  $E$ , получаем:

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{K_1 K_6 \cdot \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right) \cdot (K_2 + K_3) E}{K_4 \cdot (1 + K_2 E) + K_6 \cdot \left( \frac{dE}{dx} - \bar{C} \right)} \quad (11)$$

$$\text{или} \quad \frac{d^2 E}{dx^2} = K_9 \frac{(E' - \bar{C}) \cdot E}{K_8 + K_2 \cdot K_4 \cdot E + K_6 \cdot E'}, \quad (12)$$

где обозначено:

$$K_9 = K_1 \cdot K_6 \cdot (K_2 + K_3); \quad K_8 = K_4 - \bar{C} \cdot K_6.$$

Последнее уравнение можно приближенно проинтегрировать с помощью степенного ряда:

$$E = E_0 + E_1 x + E_2 x^2 + E_3 x^3 + E_4 x^4 + \dots \quad (13)$$

Очевидно,

$$E' = E_1 + 2 \cdot E_2 x + 3 \cdot E_3 x^2 + 4 \cdot E_4 x^3 + \dots$$

$$E'' = 2 \cdot E_2 + 6 \cdot E_3 x + 12 \cdot E_4 x^2 + \dots \quad (14)$$

В формулах (13), (14)  $E_0$  и  $E_1$  – начальные условия, фигурирующие в (5). Покажем, как можно определить  $E_2$  и  $E_3$ . Для этого представим (12) в форме:

$$(K_8 + K_2 \cdot K_4 \cdot E + K_6 \cdot E') \cdot E'' = K_9 \cdot (E' - \bar{C}) \cdot E.$$

Подставляя в последнее выражение  $E, E', E''$  в виде (13), (14), получаем:

$$\begin{aligned} & [K_8 + K_2 K_4 \cdot (E_0 + E_1 x + E_2 x^2 + E_3 x^3 + \dots) + \\ & + K_6 (E_1 + 2E_2 x + 3E_3 x^2 + \dots)] \cdot (2E_2 x + 3E_3 x^2 + \dots) = \\ & = K_9 [(E_1 - \bar{C}) + 2E_2 x + 3E_3 x^2 + 4E_4 x^3 + \dots] \times \\ & \times (E_0 + E_1 x + E_2 x^2 + E_3 x^3). \end{aligned}$$

Приравниваем коэффициенты при отрицательных степенях слева и справа:

$$\begin{aligned} & (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1) \cdot 2E_2 = K_9 (E_1 - \bar{C}) E_0; \\ & 12E_2 E_3 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6) + \\ & + 2E_2 (E_1 K_2 K_4 E_0 + 2E_2 K_6) = K_9 (E_1 - \bar{C}) E_1 + 2K_9 v_0. \end{aligned} \quad (15)$$

Из равенства (15) находим  $E_2$ :

$$E_2 = \frac{K_9 \cdot (E_1 - \bar{C}) \cdot E_0}{2 \cdot (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)}.$$

В частности, если  $E_0 = 0$ , то  $E_2 = 0$ . Если  $E_2 \neq 0$ , то из (15) можно определить  $E_3$ :

$$E_3 = \frac{K_9 (E_1 - \bar{C}) + 2K_9 E_2 E_0 - 2E_2 (K_9 E_0 - E_1 K_2 K_4 - 2E_2 K_6)}{12 \cdot (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)}.$$

Таким образом, в случае, если  $E_0 \neq 0$ , получаем:

$$\begin{aligned} E(x) \approx & E_0 + E_1 x + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{2 \cdot (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)} \cdot x^2 + \\ & + \frac{K_9 (E_1 - \bar{C}) E_1 + 2E_2 (K_9 E_0 - K_2 K_4 E_1 - 2K_6 E_2)}{12 E_2 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)} x^3. \end{aligned}$$

Тогда  $E'(x)$  находится по формуле:

$$\begin{aligned} E'(x) = & E_1 + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{(K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)} x + \\ & + \frac{K_9 (E_1 - \bar{C}) E_1 + 2E_2 (K_9 E_0 - K_2 K_4 E_1 - 2K_6 E_2)}{4 E_2 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)} x^2. \end{aligned} \quad (16)$$

С помощью соотношения (8) определим  $C(x)$ :

$$C(x) \approx \frac{1}{K} \left[ E_1 - \bar{C} + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{2(K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)} x + \frac{K_9 (E_1 - \bar{C}) E_1 + 2E_2 (K_9 E_0 - K_2 K_4 E_1 - 2K_6 E_2)}{4 E_2 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)} x^2 \right]. \quad (17)$$

Оставляя члены 2-го порядка малости в формулах (16), (17), получим искомые приближенные формулы  $E_2 \neq 0$ :

$$\begin{aligned} E(x) \approx & E_0 + E_1 x + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{2 \cdot (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)} \cdot x^2; \\ C(x) \approx & \frac{K_9}{K_1} \left[ E_1 - \bar{C} + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1} x + \frac{K_9 (E_1 - \bar{C}) E_1 + 2E_2 (K_9 E_0 - K_2 K_4 E_1 - 2K_6 E_2)}{4 E_2 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)} x^2 \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Поскольку  $C(0) = C_0$ , из последней формулы определим  $\bar{C}$ :

$$C_0 = \frac{K_9}{K_1} (E_1 - \bar{C}), \quad (19)$$

откуда  $\bar{C} = E_1 - C_0 K_1 / K_9$ .

Подставляя в формулу (18) это значение  $\bar{C}$  получим:

$$\begin{aligned} E(x) \approx & E_0 + E_1 x + \frac{C_0 K_1 E_0}{2 \cdot (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1)} \cdot x^2; \\ C(x) \approx & \frac{K_9}{K_1} \cdot \left[ E_1 - \bar{C} + \frac{K_9 E_0 (E_1 - \bar{C})}{K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_6 E_1} x + \frac{C_0 K_1 E_1 + 2E_2 (K_9 E_0 - K_2 K_4 E_1 - 2K_6 E_2)}{4 E_2 (K_8 + K_2 K_4 E_0 + K_1 K_6)} x^2 \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

**Заключение.** Уравнения системы (20) можно использовать как для анализа поведения электрохимических функций, в зависимости от комплексов электрохимических и технологических параметров, так и для вычислительных экспериментов при проведении расчетов распределения потенциала и концентрации электроактивного вещества по толщине электрода. Кроме того, формулы (20) целесообразно применять для расчета начальных и промежуточных значений потенциала, плотности тока и концентрации, необходимых для решения краевых задач (1) – (4) методом «стрельбы», обычно используемом при решении двухточечных граничных задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Формулы (19), (20) дают возможность оценивать равномерность распределения электрохимического процесса по толщине ПТЭ и корректировать параметры процесса и электрода, обеспечивающие наилучшую равномерность в заданных условиях. При этом нужно понимать, что и результаты вычислений, и анализ моделирующих уравнений носят приближенный характер, требующий либо экспериментального подтверждения, либо проверочных расчетов по уравнению

ям более обобщенных моделей процессов в ПТЭ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Варенцов, В.К. Современные проблемы электролиза и задачи оптимизации процессов в реакторах с трехмерными углеродными электродами: моногр. / В.К. Варенцов, А.Н. Кошев, В.И. Варенцова. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 286 с.
2. Варенцов, В.К. Современные проблемы технической электрохимии. Ч. III. Электрохимические реакторы и процессы с проточными углеродными электродами / В.К. Варенцов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 124 с.
3. Окислительно-восстановительные процессы на проточных трехмерных электродах. Математическое моделирование. Теория. Эксперимент: моногр. / В.К. Варенцов, А.Н. Кошев, В.И. Варенцова, В.В. Кузина. – Пенза: ПГУАС, 2020. – 172 с.
4. Варенцов, В.К. Современные проблемы технической электрохимии. Ч. II. Электролиз с проточными углеродными электродами в гальванотехнике / В.К. Варенцов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – 105 с.
5. Варенцов, В.К. Электролиз с трехмерными электродами в процессах регенерации металлов из промывных растворов гальванических производств / В.К. Варенцов // Изв. СО АН СССР, Сер. хим. наук, 1988, № 9/3. – С. 124-138.
6. Углеродные волокнистые электроды: свойства, модификация, процессы и электролизеры. Математическое моделирование и оптимизация: моногр. / В.К. Варенцов, А.Н. Кошев, В.И. Варенцова, В.В. Кузина. – Пенза: ПГУАС, 2021. – 176 с.
7. Ковалёва, О.В. Интенсификация электрохимических процессов регенерации быстроокисляющихся электролитов железнения / О.В. Ковалёва, В.М. Шайдулин, В.К. Варенцов // Малоотходные и ресурсосберегающие процессы в гальванотехнике: материалы семинара. – М.: ИДНТП, 1988. – С. 55-58.
8. Варенцов, В.К. Переработка растворов золота в царской водке электролизом на углеродных волокнистых катодах / В.К. Варенцов, В.И. Варенцова // Цветные металлы, 2000, № 5. – С. 69-72.
9. Варенцов, В.К. Применение электрохимических процессов и реакторов с трехмерными электродами для решения экологических проблем гальванотехники / В.К. Варенцов // Журнал экологической химии, 1993, № 4. – С. 335-341.
10. Варенцов, В.К. Регенерация благородных металлов из солянокислых растворов аффинажа золота электролизом с УВЭ / В.К. Варенцов, В.И. Варенцова // Химия в интересах устойчивого развития, 1997, № 3. – С. 265-272.
11. Даниель-Бек, В.С. К вопросу о поляризации пористых электродов / В.С. Даниель-Бек // Журнал физической химии, 1948, Т. 22. – С. 697-710.
12. Гуревич, Н.Г. Работа жидкостных пористых электродов в режиме вынужденной подачи реагентов / Н.Г. Гуревич, В.С. Баготский // Инженерно-физический журнал, 1963, Т.6, №2. – С. 75-86.
13. An improved model of potential and current distribution within a flow-through porous electrode / T. Doherty, J.G. Sunderland, P.L. Roberts, D.J. Pickett // Electrochem. Acta, 1996, T. 41, №4. – P. 519-526.
14. Кошев, А.Н. Разработка и исследование математических моделей нестационарных процессов в электрохимических реакторах с проточными трехмерными электродами: моногр. / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. – Пенза: ПГУАС, 2011. – 119 с.
15. Гвоздева, И.Г. Управление электрохимическим реактором с проточными трехмерными электродами за счет оптимального распределения электропроводности системы / И.Г. Гвоздева, А.Н. Кошев, В.К. Варенцов // Управление большими системами: сб. трудов института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2010, № 29. – С. 184-200.
16. Процессы в пористом электроде в случае распределенной скорости потока электролита / А.Н. Кошев, В.К. Варенцов, И.Ф. Сухов, И.Г. Гвоздева // Математическое моделирование, 2013, Т. 25, № 2. – С. 97-110.
17. Кошев, А.Н. Красивые условия для дифференциальных уравнений, описывающих электрохимические процессы в реакторах с проточными трехмерными электродами / А.Н. Кошев, В.К. Варенцов // Математическое моделирование, 2014, Т. 26, № 2. – С. 11-23.
18. Варенцов, В.К. Моделирование процесса газообразования водорода в проточных трехмерных электродах при извлечении металлов из растворов электролитов / В.К. Варенцов, А.Н. Кошев // Региональная архитектура и строительство, 2017, № 3 (32). – С. 128-135.
19. Кошев, А.Н. Влияние заполнения проточного объемно-пористого катода осаждающимся металлом на электропроводность твердой фазы системы электрод-электролит / А.Н. Кошев, В.К. Варенцов, Г.Н. Глейзер. // Электрохимия, 1992, Т. 28, № 8. – С. 1170-1176.
20. Теоретические основы и моделирование электрохи-

мических процессов в системах с проточными трех-мерными электродами: моногр. / В.К. Варенцов, А.Н. Кошев, И.Ф. Сухов, В.В. Кузина. – Пенза: ПГУАС, 2014. – 128 с.

*Статья поступила в редакцию 10.11.2021*

*Статья принята к публикации 07.12.2021*