

УДК 531.382

DOI: 10.46548/21vek-2020-0951-0001

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ГИБКОЙ НИТИ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ ЗАДАННЫХ ДОПУСТИМЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ДЕФОРМАЦИЯХ

© 2020

**Тарасов Денис Александрович**, кандидат технических наук,  
доцент кафедры «Автоматизированные системы безопасности»

*Пензенский государственный университет*  
(440026, Россия, Пенза, ул. Красная, 40, e-mail: den517375@ya.ru)

**Коновалов Владимир Викторович**, доктор технических наук,  
профессор, профессор кафедры «Технология машиностроения»

*Пензенский государственный технологический университет*  
(440039, Россия, Пенза, проезд Байдукова/ул. Гагарина, д. 1а/11, e-mail: konovalov-penza@rambler.ru)

**Данилов Александр Леонидович**, инженер-электрик

*ООО «Радиорубеж»*  
(440052, Россия, Пенза, ул. Гоголя, д. 60, e-mail: danilov\_al@radiatorubezh.ru)

**Аннотация.** На основе предложенного энергетического метода моделирования поведения вращающейся гибкой нити с учетом развития пластических деформаций в материале и не превышающих заданных значений возникающих напряжений и деформаций, производится расчет максимально допустимой частоты вращения эксцентрично расположенной гибкой нити, совершающей вращательное движение. Сравнительные исследования параметров работы изучаемой гибкой нити проведены с помощью предложенного метода, основанного на общей теореме динамики – законе сохранения энергии, положениях сопротивления материалов и математического программирования. Проведен сравнительный анализ результатов расчета вращающейся со смещением гибкой нити, полученных, с помощью проблемно-ориентированного программно-го комплекса, реализующего предложенный метод и коммерческой системы компьютерного моделирования, реализующей метод конечных элементов. Величина погрешности расчета не превышает 5%. Использование предложенного метода позволяет определять максимально возможную частоту вращения гибкой нити, не допускающую наступления предельного состояния, что позволит оптимизировать параметры конструктивного решения, не прибегая к мало управляемому поиску, и сократить при этом затрачиваемое время.

**Ключевые слова:** напряжения, деформации, вращение, гибкая нить, физическая нелинейность, оптимизация.

## DETERMINATION OF FREQUENCY ROTATION OF FLEXIBLE THREAD TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL NONLINEARITY AT PRESENTED ACCEPTABLE STRESSES AND DEFORMATIONS

© 2020

**Tarasov Denis Aleksandrovich**, candidate of Technical Sciences,  
associate Professor of the Department of Automated Security Systems  
*Penza State University*

(440026, Russia, Penza, Krasnaya St., 40, e-mail: den517375@ya.ru)

**Kononov Vladimir Viktorovich**, doctor of Technical Sciences,  
professor, professor of the Department "Engineering Technology"

*Penza State Technological University*  
(440039, Russia, Penza, Baidukova passage / Gagarina St., 1a / 11, e-mail: konovalov-penza@rambler.ru)

**Danilov Alexander Leonidovich**, electrical engineer

*LLC "Radioorubezh"*  
(440052, Russia, Penza, Gogol st., 60, e-mail: danilov\_al@radiatorubezh.ru)

**Annotation.** On the basis of the proposed energy method for modeling the behavior of a rotating flexible thread, taking into account the development of plastic deformations in the material and not exceeding the specified values of the arising stresses and deformations, the calculation of the maximum permissible frequency of rotation of an eccentrically located flexible thread performing rotational motion is performed. Comparative studies of the operating parameters of the flexible thread under study were carried out using the proposed method based on the general theorem of dynamics - the law of conservation of energy, the positions of the resistance of materials and mathematical programming. A comparative analysis of the results of calculating a flexible thread rotating with displacement, obtained using a problem-oriented software package that implements the proposed method and a commercial computer modeling system that implements the finite element method, is carried out. The calculation error does not exceed 5%. The use of the proposed method makes it possible to determine the maximum possible rotational speed of the flexible thread, which does not allow the onset of the limiting state, which will optimize the parameters of the design solution without resorting to poorly controlled search, and thus reduce the time spent.

**Keywords:** stress, strain, rotation, flexible thread, physical nonlinearity, optimization.

**Введение.** На сегодняшний день существует большое количество систем компьютерного моделирования (СКМ), позволяющих определять напряженно-деформированное состояние (НДС) гибких нитей, совершающих вращательное движение [1, 12]. Примером реализации такого движения в текстильной промышленности является движение нити на кольцевой прядильной машине [5, 3].

Моделирование поведения любой конструкции, в том числе и гибкой нити, в программных комплексах, реализующих метод конечных элементов (МКЭ), начинается с назначения характеристик жесткости сечений, граничных условий, а также нагрузок, действующих на моделируемую механическую систему [2, 4]. В рассматриваемом случае, определяющей нагрузкой является центробежная сила, зависящая от частоты вращения [6].

Известно, что с увеличением частоты вращения увеличивается и натяжение гибкой нити [2, 7]. При этом по достижении определенного значения, наступает предельное состояние, после которого происходит обрыв нити или возникают недопустимые деформации, препятствующие дальнейшей эксплуатации [8, 9].

Однако сразу определить предельно допустимую частоту вращения не представляется возможным. В этом случае, расчет превращается в ряд последовательных попыток. Определенно такой подход не гарантирует получения наилучшего результата [10, 13].

Исходя из выше изложенного, сформулируем

**цель:** необходимо разработать метод по определению максимально допустимой частоты вращения гибкой нити, при которой возникает центробежная сила инерции, вызывающая напряжения и деформации, не превышающие допустимых пределов. При этом задача должна решаться в физически нелинейной постановке. Вместе с тем следует провести проверку адекватности данных, получаемых, с помощью проблемно-ориентированного программного комплекса, реализующего предложенный метод в сравнении с результатами, получаемыми коммерческой СКМ, реализующей МКЭ.

**Материалы и методы исследования.** Методика исследований предусматривала сравнительный анализ результатов расчета вращающейся со смещением гибкой нити [18], полученных, с помощью проблемно-ориентированного программного комплекса, реализующего предложенный метод и коммерческой системы компьютерного моделирования, реализующей метод конечных элементов.

Общая последовательность действий по оптимизации параметров целевой функции представлена в виде блок-схемы на рисунке 1.

Предложенный метод реализован на языке программирования *Python 3* с помощью численных схем решения в виде проблемно-ориентированного программного комплекса [11].

Более подробно разработанный метод представлен в работе [18].

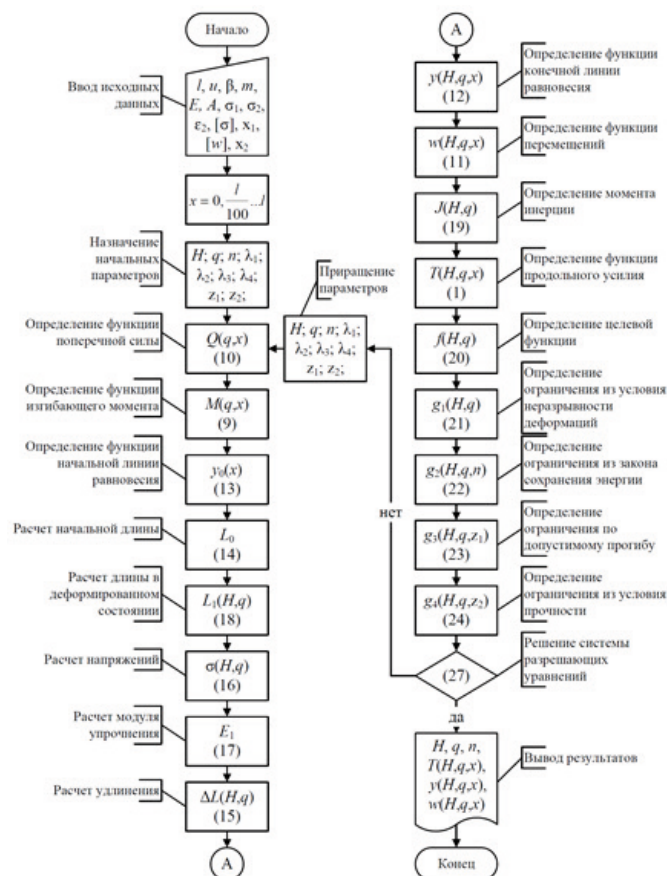


Рисунок 1 – Блок-схема оптимизации параметров целевой функции

**Результаты исследования.** Для верификации данных, являющихся результатом моделирования и расчета в разработанном программном комплексе [11], проведем сопоставление получаемых значений главных характеристик НДС, а также частоты вращения, при которой возникает центробежная сила инерции, вызывающая найденные напряжения и деформации в гибкой нити. Для этого решим прямую, а затем обратную задачу. Прямую задачу по определению НДС гибкой нити при заданной частоте вращения, решим с помощью общеизвестного метода МКЭ.

Обратную задачу по определению частоты вращения гибкой нити, решим с помощью программы [11], реализующей предложенный метод, приравнивая к допустимым напряжениям и деформациям в заданных сечениях гибкой нити соответствующие значения параметров, найденные при решении прямой задачи методом МКЭ.

На рисунке 2 отображена расчетная схема рассматриваемого объекта исследования, а именно вращаю-

щейся гибкой нити [16, 18] пролетом  $l=1$  м, сечением  $A=7,0686 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$  (диаметр  $D=3 \text{ мм}$ ) с погонной массой  $m=0,0555 \text{ кг/м}$  (плотность  $R_0=0,07701 \text{ МН/м}^3$ ), первоначально прямолинейной  $f_0=0$  м с жестко закрепленными опорами  $u \rightarrow \infty \text{ Н/м}$ , углом наклона линии соединяющей точки крепления  $\beta=0$  град и расстоянием до оси вращения (эксцентриситетом размещения креплений нити относительно оси вращения)  $R=0,5$  м.

Для принятия в расчет возникающих пластических деформаций в материале, зададим зависимость между напряжениями и деформациями в виде диаграммы упругопластического тела с линейным упрочнением. Границе между упругими деформациями и началом пластических будет соответствовать напряжению  $\sigma_1=600 \text{ МПа}$ , при этом значение относительной деформации должно составлять  $\varepsilon_1=0,0029$ . В свою очередь напряжение  $\sigma_2=800 \text{ МПа}$  будет соответствовать пороговому значению по достижении, которого наступает разрушение материала, вместе с тем относительная деформация будет равна  $\varepsilon_2=0,024$ .

Мозаика координат Z узлов в глобальной системе координат  
Единицы измерения - м

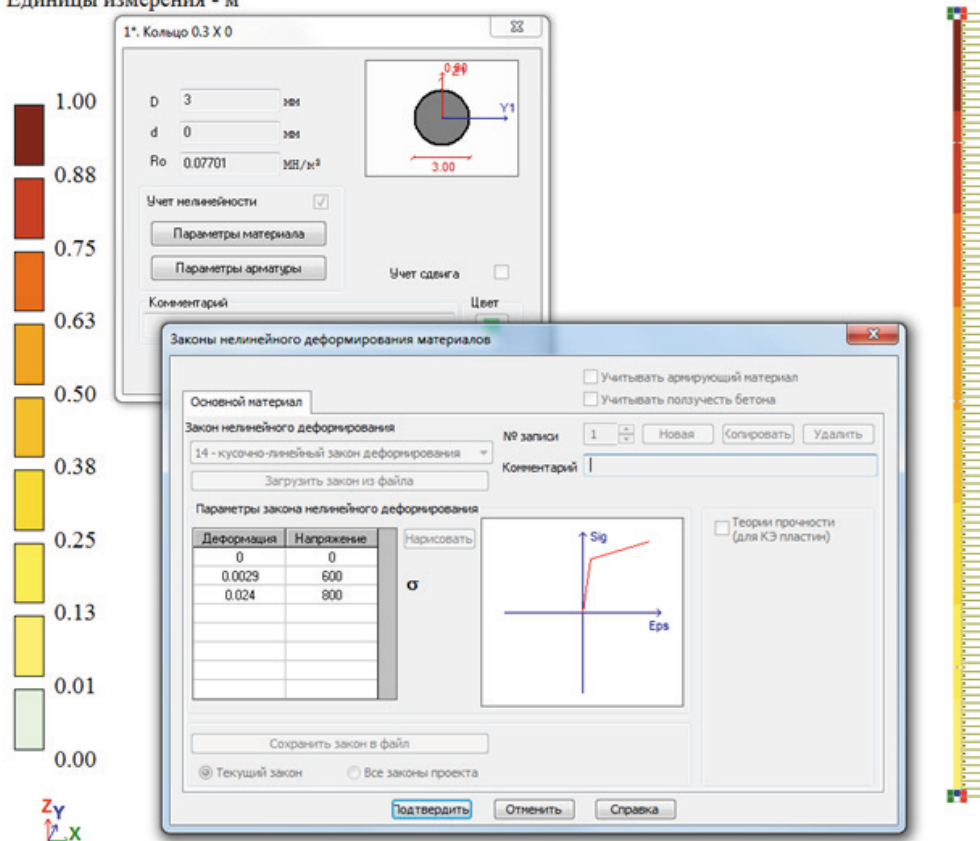


Рисунок 2 – Физические и геометрические характеристики гибкой нити

С целью осуществления верификации получаемых значений, проведем моделирование работы гибкой нити с заданными свойствами при частоте вращения  $n=1500 \text{ мин}^{-1}$  и  $n=2500 \text{ мин}^{-1}$ , определив НДС, соответствующее каждому из двух участков принятой диаграммы работы материала нити. Вместе с тем центробежная сила инерции, являющаяся аналогом попе-

речной равномерно-распределенной нагрузки  $q$ , будет равна соответственно  $684,7 \text{ Н/м}$  и  $1902 \text{ Н/м}$ .

В качестве главных критериев оценки при проведении исследования определим частоту вращения  $n$ , поперечную равномерно-распределенную нагрузку  $q$ , прогиб в середине пролета  $w(H, q, l/2)$  и продольное усилие, возникающее в сечениях расположенных на

опорах гибкой нити  $T(H, q, 0) = T(H, q, l)$ .

Определение поведения объекта исследования методом конечных элементов проведено в программном комплексе «ЛИРА-САПР» версии 2015 релиз R4. Моделирование гибкой нити осуществлялось 300 универсальными пространственными стержневыми конечными элементами, учитывающими физическую и геометрическую нелинейность (тип 410). При этом в нелинейном процессоре применялся метод расчета с автоматическим выбором шага для геометрически и физически нелинейных задач.

В результате математического моделирования НДС гибкой нити с заданными физическими и геометрическими характеристиками, предложенным методом и МКЭ, получены соответствующие значения принятых критериев оценки. Данные значения сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Сопоставление результатов расчетов

Номер загрузки	Критерий оценки	МКЭ	Предложенный метод	Погрешность, %
1	$n, \text{мин}^{-1}$	1500	1472,34	1,844
	$q, \text{Н/м}$	684,7	684,4	0,04
	$T(H, q, 0), \text{Н}$	3086,3	3086	$\approx 0$
	$w(H, q, l/2), \text{м}$	0,02861	0,0279	2,482
2	$n, \text{мин}^{-1}$	2500	2406,75	3,73
	$q, \text{Н/м}$	1902	1888,3	0,72
	$T(H, q, 0), \text{Н}$	4671,95	4575,6	2,06
	$w(H, q, l/2), \text{м}$	0,05272	0,0527	$\approx 0$

В качестве примера, на рисунке 3 представлены результаты моделирования НДС гибкой нити с помощью МКЭ, на рисунке 4 результаты моделирования с помощью программы [11], реализующей предложенный метод, при частоте вращения  $n=1500 \text{ мин}^{-1}$ , что соответствует 1 загрузке.

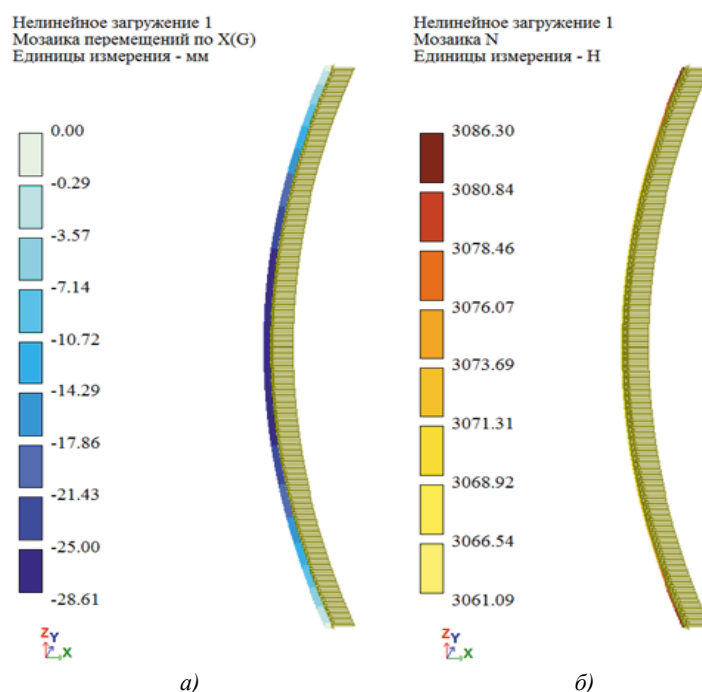


Рисунок 3 – Результаты моделирования НДС гибкой нити с помощью МКЭ:  
а – эпюра перемещений; б – эпюра продольных усилий

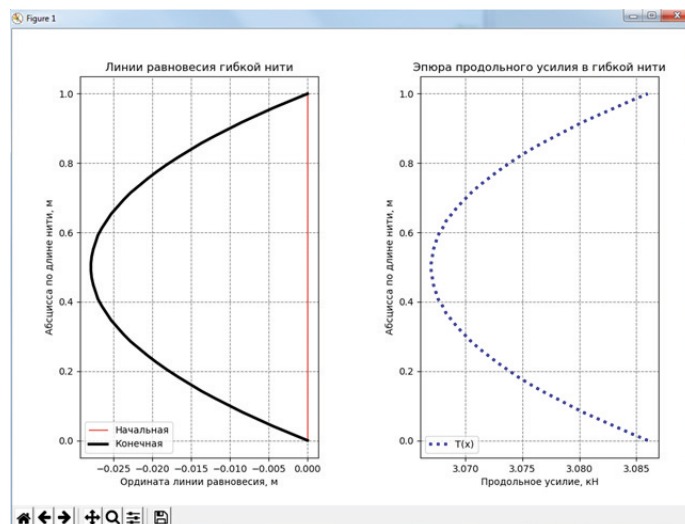


Рисунок 4 – Результаты моделирования НДС гибкой нити с помощью предложенного метода

**Заключение.** Анализ результатов расчета показывает, что для случая с заданной нагрузкой 1 при определении частоты вращения, определяющим явилось ограничение по условию прочности (допустимым напряжениям) материала гибкой нити. Для случая с загрузкой 2, определяющим стало ограничение по допустимому прогибу в середине пролета гибкой нити. При этом расхождения в значениях принятых критериев оценки адекватности результатов, получаемых с помощью предложенного метода, не превышают 5 %, что является хорошим показателем для инженерных расчетов.

Таким образом, решена задача нелинейного программирования по определению частоты вращения гибкой нити с учетом зоны развития пластических деформаций в материале при заданных максимально допустимых напряжениях и деформациях путем сведения ее к задаче безусловной оптимизации с помощью множителей Лагранжа.

Использование предложенного метода, отраженного в виде блок-схемы на рисунке 1, даст возможность определять максимально возможную частоту вращения, не допуская наступления предельного состояния гибкой нити, что позволит получать оптимальное решение, не прибегая к мало управляемому поиску, и сократить при этом затрачиваемое время.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Мамонов, Р.А. Теория процесса центробежной скарпификации пчелиных сотов / Р.А. Мамонов // Вестник Рязанского государственного агротехнологического университета им. П.А. Костычева. – 2018. – № 2 (38). – С. 102–107.
2. Tarasov, D. Mathematical modeling of deformations of flexible threads under their dynamic loading in the zone of material plasticity / D. Tarasov, V. Konovalov, V. Zaitsev, Yu. Rodionov // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 2019. № 1278-012014.
3. Ушакова, Н.Л. Аналитическое определение длины пространственной формы баллонизирующей нити на кольцевой прядильной машине / Н.Л. Ушакова, Е.И. Ушаков, Г.И. Чистобородов // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2011. – № 6 (335). – С. 135–140.
4. Tarasov, D. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations / D. Tarasov, V. Konovalov, V. Zaitsev, Yu. Rodionov // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 2018. № 1084-012008.
5. Скуланова, Н.С. Моделирование и аналитический расчет натяжения нити на кольцевых прядильных машинах в среде Mathcad / Н.С. Скуланова, М.М. Бабкин, В.В. Малиновский, Н.С. Собалькова, А.А. Михайлова // В сборнике: Моделирование в технике и экономике сборник материалов международной научно-практической конференции. Главный редактор: Ванкевич Е.В. – 2016. – С. 169–170.
6. Щербakov, В.П. Баллонирование и натяжение нити на кольцевых прядильных машинах / В.П. Щербakov, А.П. Болотный // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2009. – № 1 (313). – С. 116–121.
7. Анахаев, К.Н. К расчету задачи о вращающейся гибкой нити / К.Н. Анахаев // Доклады Академии наук. – 2017. – Т. 475. – № 3. – С. 265–268.
8. Тарасов, Д.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибких нитей с учетом физической нелинейности / Д.А. Тарасов, Д.Ю. Семенов // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2017. – № 3 (23). – С. 175–185.
9. Султанов, К.С. Составляющие математической модели растяжения до обрыва текстильных нитей в технологических процессах / К.С. Султанов, С.И. Исмоилова, Ш.Э. Туланов // Технологии и качество. – 2019. – № 4 (46). – С. 14–19.
10. Тарасов, Д.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния стальных канатов при действии поперечных статических и ударных нагрузок: Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Тарасов Денис Александрович; ПГТУ. – Пенза, 2016. – 146 с.
11. Свидетельство №2019665898 РФ. Программа определения частоты вращения гибкой нити с учетом физической нелинейности при заданных максимально допустимых напряжениях и деформациях / Тарасов Д.А., Косяков П.А., Шаповал О.Л. – 2019661530; заявл. 19.09.2019; опубл. 03.12.2019, Бюл. №12. – 1 с.
12. Гречухин, А.П. Моделирование деформационных свойств ткани в различных зонах ткацкого станка / А.П. Гречухин, А.Т. Хабибуллоев, Б.Э. Бегназаров, С.Н. Ушаков // Технологии и качество. – 2019. – № 2 (44). – С. 5–9.
13. Коновалов, В.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибкой нити при действии поперечного удара / В.В. Коновалов, Д.А. Тарасов, В.Ю. Зайцев, Ю.В. Родионов // В сборнике: Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Труды XXI Международной конференции. В 2-х томах. Под редакцией С.А. Никитова, Д.Е. Быкова, С.Ю. Боровика, Ю.Э. Плешивцевой. – 2019. – С. 313–317.
14. Кужахметова, Э.Р. Методы расчета вант и вантовых конструкций / Э.Р. Кужахметова // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2019. – №2. – С. 39–48.
15. Перетрухин, Д.С. Исследование зависимости провеса каната от усилия его натяжения / Д.С. Перетрухин, А.А. Феденев, Ю.И. Калинин // Высокие технологии в строительном комплексе. – 2019. – №1. – С. 170–175.
16. Tarasov, D. Effect of deformation on the stress-strain state of a honey extraction centrifuge flexible thread / D. Tarasov, V. Konovalov, V. Nekrashevich, R. Mamonov, Y. Rodionov, V. Zaitsev // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. №012118.
17. Очков, В.Ф. Новый способ решения симметричной и асимметричной задачи о цепи с грузом, или лекция для великих математиков / В.Ф. Очков, А.Е. Тарасов, К.А. Орлов, Е.С. Науменко, Г.М. Липкин, Е.В. Никульчев // Cloud of Science. – 2019. – Т. 6. №4. – С. 530–549.
18. Tarasov, D. Modeling the stress state of a rotating flexible thread (cable) to optimize its speed / D. Tarasov, V. Konovalov, V. Zaitsev // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 1614 (2020) 012089.

*Статья поступила в редакцию 11.09.2020*

*Статья принята к публикации 11.12.2020*